

TRIANGOLI E QUADRILATERI PIEGHEVOLI

Alessandro Rivola¹, Nicola Golfari²

¹*Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università di Bologna*
E-mail: alessandro.rivola@unibo.it

²*Architetto, via Vigna 3, Milano, Italia*
E-mail: ngolfari@gmail.com

Keywords: quadrilatero articolato, *Grashof*, *folding linkages*.

SOMMARIO ESTESO

La presente nota riguarda la possibilità di realizzare dei quadrilateri articolati piani pieghevoli (*folding*) a partire da una catena cinematica chiusa *RRR*, ossia da una catena cinematica senza mobilità formata da tre membri binari e tre coppie rotoidali.

Seguendo la formulazione di *Grashof* [1], in [2] si dimostra che un quadrilatero articolato può assumere una configurazione in cui tutti i membri sono allineati (cioè è *folding*) se e solo se è soddisfatta la condizione limite del criterio di *Grashof*, ossia se vale la:

$$s + l = p + q \quad (1)$$

in cui s indica la lunghezza del membro più corto, l quella del membro più lungo e p e q le lunghezze intermedie. La configurazione in cui tutti i membri del meccanismo si allineano viene denominata *change point* e il meccanismo è definito *change-point mechanism* [1–3], o appartenente alla categoria dei *folding linkages* (meccanismi “pieghevoli”) [4, 5].

Si consideri ora una catena cinematica chiusa costituita da tre membri binari e tre coppie rotoidali, ossia una catena cinematica triangolare, e si voglia determinare in quale punto di ogni lato del triangolo si debba collocare l’asse di una quarta coppia rotoidale in modo da ottenere un quadrilatero articolato *folding*.

Si può dimostrare che una soluzione del problema è costituita dai tre punti di tangenza (T_a, T_b, T_c) dei tre lati con la circonferenza inscritta nel triangolo, vedi Figura 1(a). In altri termini, se si colloca l’asse della quarta coppia rotoidale in uno qualunque dei punti di tangenza T e si assume come telaio del quadrilatero articolato un’asta qualsiasi, si ottiene sempre un quadrilatero *folding*. Nel quadrilatero ottenuto il lato più corto è sempre opposto al lato più lungo e al *change point* si avrà sovrapposizione, secondo la terminologia di *Grashof*, nelle due coppie di aste adiacenti (s, p) e (l, q).

Una ulteriore soluzione è inoltre costituita dai tre punti (P_a, P_b, P_c) di Figura 1(b), che non sono altro che i punti di tangenza dei lati del triangolo con le rispettive

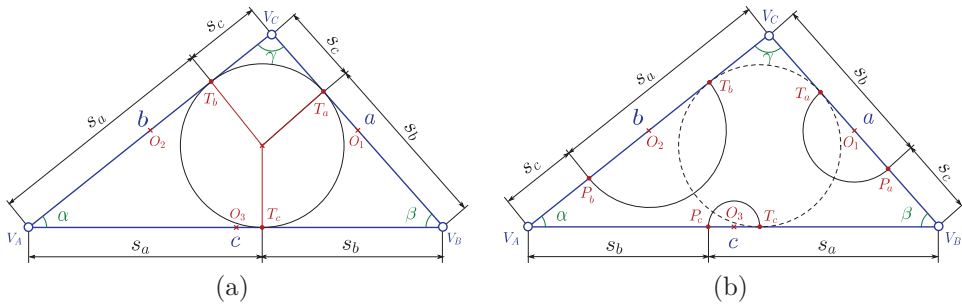


Figura 1. Catena RRR: le posizioni in cui collocare la quarta coppia rotoidale per ottenere un quadrilatero *folding* sono i tre punti di tangenza (T_a, T_b, T_c) dei tre lati con la circonferenza inscritta nel triangolo, oppure i tre punti (P_a, P_b, P_c) di tangenza dei lati del triangolo con le rispettive circonferenze exscritte.

circonferenze exscritte. In altre parole, se si colloca l'asse della quarta coppia rotoidale in uno qualunque dei punti P e si assume come telaio del quadrilatero articolato un'asta qualsiasi, si ottiene sempre un quadrilatero *folding*. In tale quadrilatero il lato più corto è sempre adiacente al lato più lungo, e al *change point* si avrà distensione nelle due coppie di aste adiacenti (s, l) e (p, q).

Se si esaminano tutti i casi in cui si può collocare la quarta coppia rotoidale in uno dei punti di tangenza T o P , a seconda del membro che viene assunto a telaio si distingueranno 24 situazioni (4 per ciascuno dei 6 punti di tangenza).

Nel caso più generale in cui il triangolo di partenza non sia né isoscele né equilatero, se tra i 24 casi si eliminano quelli ripetuti restano 12 diversi quadrilateri *folding*, ciascuno dei quali può assumere una sola configurazione *change point*. Si può facilmente verificare che si tratta di 12 casi tra i 19 menzionati in [5], cioè dei 12 quadrilateri *folding* in grado di assumere una sola configurazione *change point*, cioè quelli che differiscono dai 7 che comprendono il parallelogramma articolato (con 2 casi), il *Kite* (con 4 casi) o il rombo (un solo caso), tutti e 7 in grado di assumere più di una configurazione *change point*.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Grashof, F., 1890. *Theoretische maschinenlehre*, Vol. 3. Verlag Von Leopold Voss, Hamburg und Leipzig.
- [2] Paul, B., 1979. "A reassessment of Grashof's criterion". *Journal of Mechanical Design*, **101**(3), pp. 515–518.
- [3] Hartenberg, R. S., and Denavit, J., 1964. *Kinematic synthesis of linkages*. McGraw-Hill, New York, pp. 75–78.
- [4] Murray, A., and Laroche, P., 1998. "A classification scheme for planar 4R, spherical 4R, and spatial RCCC linkages to facilitate computer animation". *ASME Paper No. DETC98/MECH-5887*.
- [5] McCarthy, J. M., and Soh, G. S., 2010. *Geometric design of linkages*, 2nd ed., Vol. 11. Springer Science & Business Media.