

«NACHUE UN MIO NIPOTE FIGLIUOLO  
DI SER PIERO MIO FIGLIUOLO  
A DÌ 15 D'APRILE IN SABATO A ORE 3 DI NOTTE.  
EBBE NOME LIONARDO...»



LEONARDO *a* VINCI

ALLE ORIGINI DEL GENIO



GIUNTI

LEONARDO  
*a* VINCI  
ALLE ORIGINI DEL GENIO



# Leonardo a Vinci Alle origini del genio

a cura di  
Roberta Barsanti



**Leonardo  
a Vinci  
Alle origini  
del genio**

Vinci,  
Museo Leonardiano  
15 aprile  
15 ottobre 2019



In collaborazione con



Con la collaborazione di



Con il patrocinio  
e il contributo di



Con il sostegno di



Sponsor tecnico



Mostra

*Ideazione e curatela*  
Roberta Barsanti

*Comitato Scientifico*  
Roberta Barsanti  
Vincent Delieuvin  
Marzia Faietti  
Maria Teresa Fiorio  
Martin Kemp  
Pietro C. Marani  
Alessandro Nova  
Carlo Vecce

*Direzione della mostra*  
Roberta Barsanti  
Stefania Marvogli

*Progetto dell'allestimento  
e direzione dei lavori:*  
Guicciardini & Magni  
Architetti Studio Associato

*Progetto grafico*  
Senza Filtro

*Realizzazione dell'allestimento*  
Artecitalia

*Realizzazione della struttura  
espositiva Sala del podestà  
e delle teche espositive*  
Opera Laboratori  
Fiorentini - Civita

*Redazione testi e contenuti*  
Roberta Barsanti  
Caterina Maltinti

*Indagini diagnostiche al Disegno 8P*  
Gallerie degli Uffizi:  
Direttore Eike.D. Schmit  
Funzionari: Laura Donati  
e Maurizio Michelozzi  
Le indagini sono state  
coordinate dall'Opificio  
delle Pietre Dure e Laboratori  
di Restauro, Firenze:  
Soprintendente: Marco Ciatti  
Funzionari: Cecilia Frosinini  
e Letizia Montalbano,  
in collaborazione con  
Roberto Bellucci  
INO-CNR, gruppo Beni  
Culturali: Raffaella Fontana,  
Marco Barucci,  
Alice Del Fovo,  
Enrico Pamapaloni,  
Marco Raffaelli, Jana Striova  
INFN, sezione di Firenze  
e Università di Firenze:  
Chiara Ruberto,  
Pier Andrea Mandò,  
Francesco Taccetti

*Digital drawing viewer «ISLe*  
Fabrizio Ivan Apollonio,  
Giovanni Bacci,  
Andrea Ballabeni,  
Riccardo Foschi, Marco Gaiani,  
Simone Garagnani  
(Alma Mater Studiorum  
Università di Bologna)  
Roberta Barsanti  
(Museo Leonardiano, Vinci)  
Roberto Palermo  
(Gallerie degli Uffizi)  
Marco Bozzola (Relio)  
Georg Pilz (Rencay)

*Proiezioni*  
EBBE NOME LIONARDO  
IL PAESAGGIO 8 P TRA  
TRADIZIONE E INNOVAZIONE  
IL PAESAGGIO DI LEONARDO

*Ideazione*  
Roberta Barsanti  
Caterina Maltinti  
Stefania Marvogli

*Progettazione storyboard  
e ricerca iconografica*  
Caterina Maltinti

*Progettazione tecnica  
e realizzazione*  
My Boss was

*Riprese con drone*  
Flycam

*Video sul Canale di Firenze*  
*Ideazione e progettazione*  
Pietro Ruschi con  
la collaborazione di  
Lucrezia Iacuzzi,  
Martina Simeone

*Realizzazione*  
Alexander Neuwahl  
per Artes Mechanicae

*Plastico del territorio di Vinci*  
*Ideazione e progettazione*  
Lucrezia Iacuzzi,  
Alexander Neuwahl,  
Martina Simeone

*Realizzazione plastico IMA*  
Sfx Studios di Alessio Pieroni  
per Artes Mechanicae

*Coordinamento scientifico  
dei contenuti storico cartografici*  
Andrea Cantile

*Traduzioni*  
Jeremy Carden  
Johanna Kreiner  
per NTL Il Nuovo traduttore  
Letterario, Firenze

*Coordinamento organizzativo*  
Stefania Marvogli

*Coordinamento amministrativo*  
Serena Ghelardini

*Supporto al coordinamento*  
Martina Morelli

*Comunicazione e promozione*  
Enrico De Grazia  
Stefania Marvogli  
Francesca Peruzzi

*Trasporti*  
Arteria  
Artdefender

*Assicurazioni*  
Siat Assicurazioni  
*Impianti digitali e apparati  
di proiezione*  
Avuelle  
C&T Cross Media

*Servizi museali, didattici  
e informativi e di supporto  
all'organizzazione*  
PromoCultura soc. coop

*Servizio di vigilanza*  
Globo Vigilanza

*Enti Prestatori*  
Archivio di Stato, Firenze  
Gallerie degli Uffizi, Firenze  
Biblioteca Riccardiana,  
Firenze  
Museo Civico, Fucecchio  
Biblioteca Leonardiana, Vinci  
*Ringraziamenti*  
Gallerie degli Uffizi,  
Firenze:  
Maurizio Catolfi,  
Antonio Godoli

Soprintendenza Archeologia,  
Belle Arti e Paesaggio  
per la Città metropolitana  
di Firenze e le provincie  
di Pistoia e Prato:  
Soprintendente  
Andrea Pessina;  
Funzionari responsabili  
del territorio  
Vanessa Gavioli,  
Gabriele Nannetti

Catalogo

Giunti Editore

*a cura di*  
Roberta Barsanti

*Responsabile editoriale*  
Claudio Pescio

*Editor*  
Dario Dondi

*Collaborazione redazionale*  
Caterina Maltinti

*Consulenza bibliografica*  
Monica Taddei

*Progetto grafico*  
RovaiWeber design

*Immagine di copertina*  
Senza Filtro

*Impaginazione*  
Sansai Zappini

*Ricerca iconografica*  
Elisabetta Marchetti

*Supervisione tecnica  
delle immagini*  
Filippo Manghisi  
Stefano Regi

*Referenze fotografiche*  
Gallerie degli Uffizi,  
Firenze – su concessione  
del Ministero per i beni  
e le attività culturali  
e per il turismo  
Archivio di Stato di Firenze –  
su concessione del Ministero  
per i beni e le attività  
culturali e per il turismo  
Biblioteca Riccardiana,  
Firenze – su concessione  
del Ministero per i beni  
e le attività culturali  
e per il turismo  
Biblioteca Medicea  
Laurenziana, Firenze –  
su concessione del Ministero  
per i beni e le attività  
culturali e per il turismo  
Biblioteca Leonardiana, Vinci  
Foto Scala Group S.p.a.  
Fratelli Alinari S.p.a.  
Fondazione Giorgio Cini  
Onlus  
Harvard University,  
Houghton Library, Typ  
520 03.736  
© Royal Collection  
Trust/©Her Majesty  
Queen Elizabeth II 2019  
Biblioteca Nacional  
de España, Madrid  
© Veneranda Biblioteca  
Ambrosiana, Milano  
© RMN Grand Palais (Musée  
du Louvre)/Thierry Le Mage  
Bayerische Staatsbibliothek  
München, Clm 197,II,  
fol. 114v  
© Victoria and Albert  
Museum  
© The British Library Board

# Sommario

**08\_** Prefazione  
*Giuseppe Torchia*

**11\_** Vinci 2019: per Leonardo  
*Eike D. Schmidt, Marzia Faietti*

**15\_** Da qualche parte, sul Montalbano,  
il 5 agosto del 1473  
*Paolo Santini*

**21\_** Introduzione  
*Roberta Barsanti*

## Saggi

**29\_** Leonardo e la sua Vinci  
*Roberta Barsanti*

**41\_** Viaggio alle origini del genio.  
Il pellegrinaggio culturale alla Casa natale  
di Leonardo da Vinci  
*Stefania Marvogli*

**47\_** Leonardo tra Vinci e Firenze  
dai documenti dell'Archivio di Stato  
*Vanna Arrighi*

**69\_** La formazione di Leonardo: la scuola,  
la bottega, la compagnia dei pittori  
*Vanna Arrighi*

**79\_** Valdinevole e Montalbano. Il *Paesaggio*  
leonardiano del 1473 e le evidenze  
geostoriche  
*Anna Guarducci, Leonardo Rombai*

**105\_** Leonardo, il grande canale e la deviazione  
dell'Arno per l'assedio di Pisa  
*Paola Benigni, Pietro Ruschi*

**119\_** I progetti di Leonardo per Vinci  
*Andrea Bernardoni, Alexander Neuwahl*

**135\_** Il *Paesaggio* di Leonardo del 1473.  
Studi e interpretazioni  
*Roberta Barsanti*

**151\_** Leonardo e la natura: paesaggi senza  
figure, figure nel paesaggio  
*Pietro C. Marani*

**159\_** I giorni di Leonardo: Santa Maria  
della Neve  
*Carlo Vecce*

**167\_** Il disegno leonardiano del territorio:  
eidotipo, mappa, paesaggio e metafora,  
nel foglio 8 P degli Uffizi  
*Andrea Cantile*

**185\_** Leonardo e le interpretazioni geologiche  
*Elisabetta Cioppi*

**193\_** La storia inventariale e conservativa  
del "paese a penna" di Leonardo agli Uffizi  
*Laura Donati, Maurizio Michelozzi*

**207\_** Vedere dentro i disegni. Un sistema per  
analizzare, conservare, comprendere,  
comunicare i disegni di Leonardo  
*Marco Gaiani, Fabrizio Ivan Apollonio, Giovanni Bacci,  
Andrea Ballabeni, Marco Bozzola, Riccardo Foschi,  
Simone Garagnani, Roberto Palermo*

**241\_** "Disegnare paesi". Il foglio 8 P del  
Gabinetto dei Disegni e delle Stampe  
degli Uffizi di Leonardo da Vinci.  
Tecnica, analisi e contestualizzazione  
*Roberto Bellucci, Cecilia Frosinini, Letizia Montalbano*

**241\_** Introduzione alle tecniche di indagine  
non invasive per la lettura dell'opera  
*Roberto Bellucci*

**246\_** *Recto e verso*; destro e sinistro. Il disegno 8 P  
delle Gallerie degli Uffizi: cercando il senso  
*Cecilia Frosinini*

**260\_** Inchiostri, punte metalliche, pietre e "pastelli".  
L'analisi del disegno di Leonardo  
dal punto di vista tecnico-scientifico  
*Letizia Montalbano*

**272\_** Tecniche ottiche non invasive: analisi ad immagine  
multispettrale, rilievo 3D e indagine tomografica  
*Raffaella Fontana, Marco Barucci, Alice Dal Fovo,  
Enrico Pampaloni, Marco Raffaelli, Jana Striova*

**281\_** Analisi in fluorescenza X a scansione  
*Chiara Ruberto, Pier Andrea Mandò, Francesco Taccetti*

## Catalogo

**292\_** Ricordo della nascita e del Battesimo  
di Leonardo  
*Vanna Arrighi*

**294\_** La famiglia di Leonardo  
dalle portate catastali  
*Vanna Arrighi*

**298\_** Il Mulino di Leonardo  
*Vanna Arrighi*

**302\_** Ricordo del testamento  
di Francesco di Antonio da Vinci  
*Vanna Arrighi*

**304\_** Filippo Calandri, *Trattato di aritmetica*  
*Francesca Gallori*

**306\_** Gustavo Uzielli e le *Ricerche intorno  
a Leonardo da Vinci*  
*Monica Taddei*

**310\_** Scheda catalografica delle conchiglie fossili  
*Elisabetta Cioppi*

## Apparati

**312\_** Abbreviazioni

**312\_** Bibliografia generale  
a cura di *Monica Taddei, Alice Meini*

**334\_** Sitografia



# Vedere dentro i disegni. Un sistema per analizzare, conservare, comprendere, comunicare i disegni di Leonardo

Marco Gaiani, Fabrizio Ivan Apollonio, Giovanni Bacci, Andrea Ballabeni,  
Marco Bozzola, Riccardo Foschi, Simone Garagnani, Roberto Palermo

## INTRODUZIONE

Questo scritto descrive un artefatto comunicativo digitale che si propone come mezzo per surrogare, indagare, descrivere e comunicare i disegni, i loro metodi e i loro contenuti, riproducendone accuratamente forma, caratteri e aspetto. L'obiettivo è fornire una risposta unitaria a due questioni distinte e complementari: la prima è quella della costituzione di archivi di disegni che descrivano con fedeltà le informazioni del sistema fisico analogico originale e la seconda è relativa ai metodi per l'acquisizione e la restituzione tridimensionale dei disegni, cioè quei sistemi e quelle tecniche che permettono di riprodurre e mostrare analiticamente in forma percettiva la tridimensionalità del segno grafico al fine di garantire una valutazione visiva dello stato di conservazione del disegno, delle sedimentazioni sovrainposte e degli interventi ricevuti nel tempo.

*ISLe – InSight Leonardo* (questo il nome dell'applicazione), a partire da cinque fotografie dell'originale, ricostruisce e restituisce digitalmente la tridimensionalità di disegni analogici restituendo l'intera qualità formale e di riflettanza superficiale dell'originale, renderizzandone il colore con differenza impercettibile alla vista dell'osservatore esperto e la trama a una risoluzione di 50 m.

Leonardo da Vinci, *Paesaggio*,  
1473, Firenze, Gallerie degli Uffizi,  
Gabinetto dei Disegni e delle  
Stampe, inv. 8 P, particolare del  
verso (ingrandimento di fig. 29),  
figure geometriche disegnate  
a pietra nera.

Si tratta di una soluzione che mira a ricostruire tridimensionalmente l'intera riflettanza spaziale per apprezzare non solo i caratteri grafici dell'elaborato, ma anche le deformazioni della carta, oltre alle criticità conservative del foglio dovute alla corrosione dell'acidità degli inchiostri.

*ISLe* va visto, va toccato e va visualizzato. *ISLe* permette la ricomposizione del disegno in forma digitale in quanto replica fotorealistica tridimensionale che usa due paradigmi: “disegno come tra le mani” e “mostrare ciò che non vedi ad occhio nudo”. Può essere utilizzato sia dal conservatore su PC desktop o *tablet*, sia dai visitatori di una mostra tramite monitor ad alta definizione e interazione *touch* basata sulla stessa gestualità di utilizzo degli *smartphone*.

Ad un conservatore, a uno studioso o a un restauratore il sistema permette di osservare ciò che è difficile vedere ad occhio nudo e di incrociare rapidamente informazioni che comporterebbero analisi plurime, di solito strumentali e asincrone, spesso difficilmente sovrapponibili.

In un'esposizione tale soluzione può essere affiancata all'opera originale per permetterne la “lettura”, oppure come suo surrogato. Nel contempo, oltre che permettere percorsi predefiniti (il consueto stile narrativo dei multimedia presenti nei musei e nelle mostre), il software supporta anche percorsi esplorativi individuali, sollecitando l'attenzione e l'interesse dei visitatori.

Gli utenti possono zoomare in immagini ad alta risoluzione, misurarne le caratteristiche, modificare il *dynamic range* visibile, comparare e sovrapporre *recto* e *verso* o varie parti del disegno con differenti *shader* o tecniche d'illuminazione per enfatizzare dettagli, colori, materiali, procedure. Infine, il sistema integra annotazione semantica e storico-critica al modello 3D tramite l'ambiente multimediale, così che il semplice visitatore ma anche lo studioso possono non solo vedere apparire i tanti straordinari particolari del disegno, ma anche collegarli agli studi già fatti e arrivare a scoprire caratteri fino ad ora non osservati.

L'artefatto trova i suoi fondamenti e la sua genitorialità in umanisti, che nel tempo ne hanno promosso e incoraggiato lo sviluppo: Paola Barocchi, che ne ha costruito i connotati di fondo ai fini di una digitalizza-

zione accurata e massiva delle raccolte di disegni antichi; Marzia Faietti che, impegnata nello studio della linea come elemento fondamentale per l'arte europea, ci chiese, quasi dieci anni or sono, di sviluppare strumenti per mostrare percettivamente il processo grafico alla base di un disegno; infine Salvatore Settis e Carlo Pedretti che, fornendo un entusiastico riscontro all'utilizzo, hanno permesso di comprendere che il percorso era quello giusto e che non era stato costruito solo un “bel balocco”, ma uno strumento utile per vedere, analizzare, comprendere ed emozionare.

Il percorso di sviluppo ormai decennale ha avuto un protagonista proprio in Leonardo da Vinci, i cui disegni, forse non per caso, hanno definito le *milestone* di *ISLe*.

Uno dei disegni più noti di Leonardo, lo *Studio di volto femminile*<sup>1</sup>, ha permesso di definire problematiche e requisiti di acquisizione digitale bidimensionale<sup>2</sup>. Più tardi, quando il primo prototipo di visualizzatore sembrava ormai avere i caratteri del sistema maturo, è stato il suo disegno più famoso e studiato, *Studio di proporzioni del corpo umano*, noto con il nome di *Uomo vitruviano*<sup>3</sup>, che ha consentito di realizzare la configurazione finale sia relativamente a tecniche e strumenti di acquisizione, sia relativamente al sistema di visualizzazione. Un connubio suggellato dagli oltre 20 mila visitatori di una mostra monografica completamente digitale svoltasi a Fano nel 2014<sup>4</sup>, poi replicata a Vinci nel 2015.

Infine, è proprio un passo di Leonardo che costituisce il fondamento teorico di tutto il nostro lavoro. Il modo in cui lo restituisce e spiega Paola Salvi in un suo bel volume sull'anatomia di Leonardo<sup>5</sup> è così strettamente intrecciato con le finalità e i modi del nostro lavoro che semplicemente riprenderlo, scusandoci con l'autrice per il limitato contesto in cui è calato, ci sembra il modo migliore per definirli. Il passo di Leonardo, che si rifà al pensiero aristotelico, in particolare alla *Metafisica*, è riportato in una nota del foglio RCIN 919013v, oggi al castello di Windsor: «Adunque [per conoscere] è necessario figurare e descrivere»<sup>6</sup>. Questo principio coniuga esperienza ed elaborazione teorica, fornendo alla dottrina aristotelica una dimensione operativa, ed è formalizzato da Leonardo tramite un circuito concettuale così schematizzabile:

REALTÀ  
OCCHIO  
MENTE  
ELABORAZIONE ATTRAVERSO LA SCIENZA DELLA PITTURA  
OCCHIO  
MENTE  
REALTÀ

La procedura è chiamata da Leonardo «esperienza» del mondo intorno a lui «acquisita attraverso i sensi» ed è stata il suo punto di partenza per un nuovo modo di generare conoscenza e comprensione delle cose.

*ISLe* si propone proprio di fornire conoscenza, riproducendo e mostrando analiticamente in forma percettiva la tridimensionalità e i caratteri del segno grafico di un originale definito in forma analogica su supporto cartaceo o comunque piano ai fini dell'analisi visiva.

La procedura che ne è alla base è suddivisa in tre fasi: acquisizione, ricostruzione e rendering. La prima fase mira a conoscere le proprietà di superficie dei disegni: la sua forma, le sue proprietà di riflessione, i parametri del modello di riflessione. La seconda a modellizzarli matematicamente, infine la terza a riprodurli visivamente in modo accurato. Relativamente a questo *workflow* i metodi esistenti presentavano tre problemi:

- la stima della riflettività spettrale della superficie solitamente non permette una riproduzione accurata del colore;
- la ricostruzione della superficie 3D non è precisa;
- le immagini realistiche non sono renderizzabili usando un modello di riflessione con parametri fissi, cioè riproducibili.

Il metodo sviluppato consente di stimare precisamente le proprietà di superficie dei disegni per superare le menzionate limitazioni in genere dovute all'assimilazione dei disegni ai dipinti. In particolare esse riguardano la definizione del colore (pochi colori solitamente vicino a quelli neutri), della riflettanza della superficie (la superficie della carta non è liscia, ma ruvida e poiché è arricchita con inchiostro, pietra rossa o nera, matita, segni di stili, mostra solchi e sovrailluminazioni), delle informazioni di profondità (mentre pennellate e cretture di un dipinto hanno valori tra 10 µm e 2-3 mm, i tipici

spessori lasciati da penne e matite raramente eccedono i 10 µm, con una media di 5 µm; la stessa micrograna della carta ha grumi non superiori a 100 µm). Infine *ISLe* consente la restituzione di immagini a vari angoli (per poter analizzare la conservazione del disegno, le sedimentazioni sovrainposte e gli interventi ricevuti nel tempo – problematiche che hanno visto l'affermarsi come soluzione più nota la ripresa fotografica a luce radente<sup>7</sup>) e l'osservazione di fronte e retro operando digitalmente come nella realtà.

In particolare, la necessità di restituire quest'ultima caratteristica rende non completamente appropriate tecniche che forniscono eccellenti visualizzazioni digitali come la *Reflectance Transformation Imaging* (RTI), proposta da Tom Malzbender nel 2001<sup>8</sup> e poi sviluppata dal Cultural Heritage Imaging<sup>9</sup>, sostanzialmente un'estensione della *texture map* che, servendosi di tecniche di *Photometric Stereo*<sup>10</sup>, permette un maggiore controllo dell'aspetto reso. Tuttavia, la RTI mostra il disegno da un solo punto di vista prefissato, lasciando *recto* e *verso* del foglio separati permanentemente. Lo stesso problema è proprio anche di altri sistemi, come il visualizzatore *web-based* sviluppato dal *Centre de Recherche et de Restauration des Musées de France* a partire dal *software open source IIPImage*<sup>11</sup> o quello proposto da *Google Arts & Culture*<sup>12</sup>, che offrono singole immagini ad altissima risoluzione (immagini *Gigapixel*) e ampia gamma di colore (fino a 32 bit per canale) o multispettrali.

Mentre la ricerca odierna mira ad ottenere la più alta fedeltà possibile del colore nella sola componente di riflettanza diffusa, nei disegni è necessario valutare anche la componente di riflettanza speculare che altera completamente la percezione dell'opera grafica soprattutto nei materiali a componente metallica come gli inchiostri<sup>13</sup>.

*ISLe* si propone di superare questi problemi con una soluzione completamente 3D in cui la restituzione delle proprietà grafiche della superficie del foglio scaturisce dal concetto di “*total appearance*”<sup>14</sup>. In sostanza consiste in una trasposizione fedele delle proprietà di riflettanza del disegno tramite un processo che copre tre aree principali<sup>15</sup>: goniometrica (validazione delle proprietà della superficie cioè della loro *Bidirectional Reflectance Distribution Function* (BRDF)<sup>16</sup>, radiometrica (accurata simulazione del trasporto della luce), e percettiva (immagine finale corretta per l'occhio umano). La BRDF valutata è poi

renderizzata come immagine di computer grafica a un frame rate di 60 Hz sotto ogni condizione d'illuminazione e osservazione.

Globalmente la soluzione parte dall'assunzione di garantire una fedeltà percepita piuttosto che un'accuratezza metrica degli artefatti restituiti e utilizza uno schema di acquisizione estremamente più semplice e meno dannoso per il disegno di altri workflow dai risultati eccellenti come quello descritto da Gardner *et al.*<sup>17</sup>, poi perfezionato dagli stessi e da altri ricercatori<sup>18</sup>.

La filiera di ISLe si compone di quattro sub-sistemi:

- un'acquisizione con fotocamera ad alta resa cromatica e con un sistema di illuminazione basato su LED (*Light Emitting Diode*);

- una soluzione per restituire con fedeltà micro e macroscopica la superficie;

- un sistema di visualizzazione ad alta fedeltà dell'artefatto comunicativo servendosi di un motore di rendering *low-cost* e portabile su dispositivi plurimi (*wall*, monitor di PC, tavoli *touch*, *tablet*, *smartphone*);

- una interfaccia di visualizzazione per visitatori di musei e mostre basata su *touch* e *gestures* consuete perché mutuata da quelle degli *smartphone*.

Il sistema ricalca nel suo complesso sostanzialmente quello utilizzato nel caso de *l'Uomo Vitruviano*, descritto nella pubblicazione di allora<sup>19</sup> alla quale quindi si rimanda per una descrizione esaustiva del framework. Tuttavia per il *Paesaggio*<sup>20</sup> sono state apportate innumerevoli innovazioni, che rendono la versione del 2018 di ISLe un'applicazione completamente nuova (fig. 1). Questi cambiamenti sono stati motivati sia dalla volontà di migliorare alcuni aspetti che già al termine della precedente esperienza avevamo rilevato come suscettibili di ulteriori progressi, sia dal fatto che la configurazione morfologica del disegno è assai diversa rispetto al caso precedente. Mentre il supporto cartaceo dell'*Uomo Vitruviano* si presenta di fatto piano, dopo il restauro che ha ridotto le deformazioni perpendicolari al piano del foglio all'ordine del suo spessore misurato in 0.2 mm, nel caso del *Paesaggio* la superficie presenta deformazioni di un ordine di magnitudine superiore. Questo ha



Fig. 2. Restituzione ombreggiata della mappa delle altezze del foglio su cui è disegnato il *Paesaggio*.

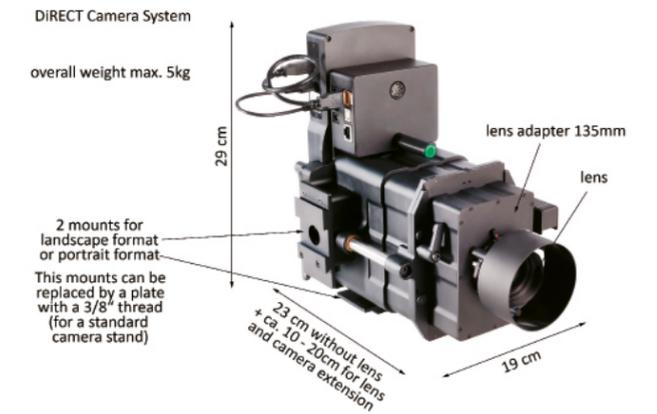


Fig. 3. Macchina fotografica digitale a scansione Rencay DiRECT Camera.

reso necessario lo sviluppo di una nuova soluzione più accurata nel restituire la mesostruttura dell'artefatto (fig. 2).

Nelle note che seguono descriveremo quindi le principali novità oltre a riportare i dati di caratterizzazione del sistema che, al solito, cambiano ogni volta, ma che seguono procedure di misurazione e valutazione consolidate.

#### MEZZI E STRUMENTI DI ACQUISIZIONE

L'acquisizione ha comportato l'uso di tre nuovi strumenti:

- una versione aggiornata della macchina fotografica a scansione già utilizzata nelle precedenti esperienze;
- uno stativo repro;
- un sistema di illuminazione basato su luci LED in luogo delle precedenti luci fluorescenti.

#### Il dispositivo di acquisizione

Il dispositivo di acquisizione scelto per i precedenti lavori consisteva in un dorso digitale (*Rencay Superfineart*) dotato di un sensore CCD trilineare RGB da 8000 pixel per sensore (*Kodak KLI-8023*).

Nella acquisizione del *Paesaggio*, è stata utilizzata una soluzione integrata fotocamera-dorso a scansione, la *Rencay DiRECT Camera Systems 24k<sup>3</sup>* (fig. 3) basata sullo stesso

sensore<sup>21</sup>, dotato di pixel pitch di 9  $\mu\text{m}$  che permette una risoluzione limite di 55 lp/mm con contrasto del 60% su un'area coperta di 72 x 118 mm<sup>22</sup> a 48-bit di profondità colore. Nel nostro caso è stata utilizzata la risoluzione nativa di 13000 x 8000 pixel che corrisponde, sull'area campionata di 350 x 250 mm, a circa 950 pixel/inch nominali acquisibili in circa 1 minuto e 30 secondi.

La soluzione adottata presenta vari vantaggi rispetto ai consueti sistemi fotografici *single chip* poiché l'immagine del sensore trilineare contiene dati RGB in ogni posizione spaziale dell'immagine così da intercettare molte più informazioni nello spettro del visibile ed eliminare i tipici problemi di demosaicatura dei sensori a Bayer pattern:

- una limitata risposta del colore in regioni ove sono presenti dettagli fini per cercare di eliminare artefatti, che porta a una risposta del colore imprecisa in queste regioni;
- difficoltà ad allineare con precisione il pattern dei filtri di colore sui fotodiodi del sensore, creando disallineamenti.

Inoltre, l'area di *imaging* di grandi dimensioni del sistema trilineare consente di avere pixel grandi, meno onerosi dei pixel piccoli per le ottiche della fotocamera, ottenendo così oltre che più informazione (più pixel), anche maggiore nitidezza e contrasto.

Fig. 1. L'applicazione ISLe – *Paesaggio*.

L'obiettivo utilizzato è un *Rodenstock Apo-Macro-Sinar-Digital* 120 mm f/5.6 72x96 mm. Si tratta di un obiettivo praticamente senza distorsione, ottima nitidezza, contrasto elevato, grazie al grande formato d'immagine, potere di risoluzione delle coppie di linee elevato (fino a 90-200 coppie di linee per mm contro le consuete 40-60 coppie di linee per mm di un formato medio) che ha permesso di mantenere limitata (circa 750 mm) l'altezza della fotocamera, pur ottenendo capacità di risoluzione anche agli angoli eccellente, distorsioni limitate e uniformità di illuminazione elevata.

Dal punto di vista dell'usabilità il sistema la *Rencay DiRECT Camera Systems 24k<sup>3</sup>* permette di risolvere facilmente problemi fondamentali nell'acquisizione di un disegno, senza dover predisporre ulteriori software o hardware:

- planarità tra piano del sensore e piano del disegno per assicurare la nitidezza da angolo a angolo;
- controllo della uniformità luminosa, evitando variazioni causate dal posizionamento della luce o dal decaimento dell'obiettivo, grazie all'implementazione degli algoritmi di *flat fielding*<sup>23</sup> che consentono di omogeneizzare la luminosità media dell'immagine;
- messa a fuoco mediante l'uso di due strumenti: uno manuale che sfrutta un sistema di proiezione di quattro luci lampeggianti incorporate nel coperchio dell'otturatore; uno software che aiuta a trovare il livello ottimale di nitidezza, anche se l'originale non è perfettamente piatto, confrontando diversi livelli di messa a fuoco.

Infine la ripresa è caratterizzata da un ridotto numero delle scansioni (solo 5, rispetto, ad esempio, alle 36 foto minime richieste dal sistema RTI).

#### Lo stativo repro

Al fine di minimizzare tempi, incertezze operative, e ottimizzare la qualità dei risultati è stato realizzato uno stativo capace di soddisfare requisiti specifici della soluzione macchina fotografica/luci scelta e della tipologia dell'artefatto da acquisire:

- struttura stabile (per minimizzare sfocature dovute a oscillazioni, un problema particolarmente sensibile nel caso dell'adozione di sistemi di acquisizione a scansione) e facilmente trasportabile;



Fig. 4. La soluzione della struttura che regge il sistema di illuminazione e ospita il disegno con la colonna che porta la macchina fotografica digitale a scansione Rencay DiRECT Camera Systems 24k<sup>3</sup> in posizione di lavoro al Gabinetto Disegni e Stampe degli Uffici.

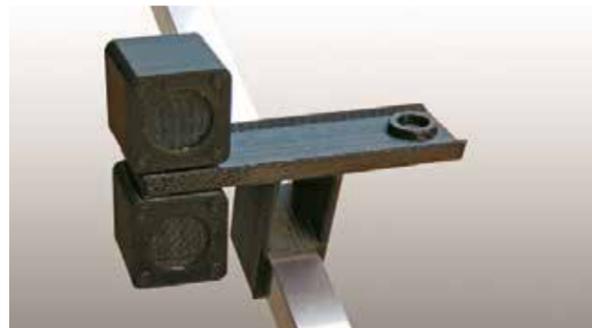


Fig. 5. I supporti delle luci stampati in filamento nero opaco di ABS: il supporto stampato.

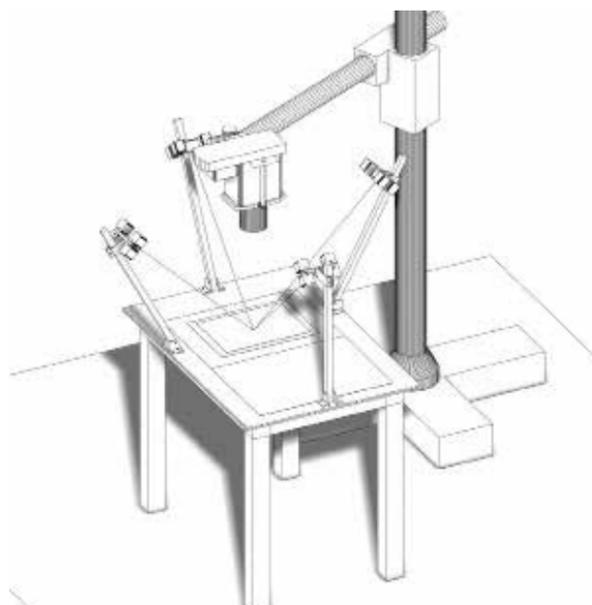


Fig. 6. Una vista tridimensionale di progetto della struttura per ospitare luci e disegni con la sagoma per posizionare i disegni.

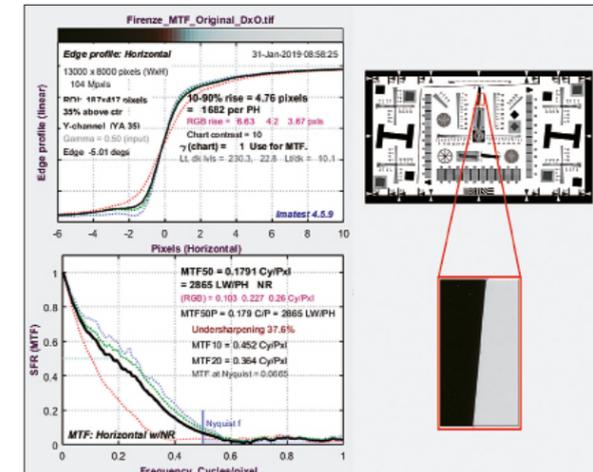


Fig. 7. Misura della funzione di trasferimento di frequenza (MTF): Diagrammi dei risultati Edge/SFR per l'immagine del target ISO 12233 a sinistra, con relativa area di interesse (ROI) a destra.

- area di riproduzione pre-delimitata in grado di contenere disegno e *pass-partout* in posizione aperta;
- sistema di illuminazione con luci montate sui quattro lati a 45° di inclinazione rispetto all'orizzontale e equidistanti dal centro del disegno;
- nessuna interferenza tra sorgenti luminose e macchina fotografica;
- costi limitati;
- capacità di essere adattabile a contesti differenti.

Il sistema realizzato separa la struttura che regge il sistema di illuminazione e ospita il disegno dalla colonna che porta la macchina fotografica (fig. 4). Per quest'ultima si è optato per una colonna *Manfrotto 816 Stativo Salon Colonna* alta 280 cm da terra dotata di una testa a cremagliera *Manfrotto 410*. La struttura per luci e disegno è stata invece realizzata appositamente ed è formata da una struttura di base di 90 x 65 x 1,6 cm, composta da due pannelli di *medium density* sovrapposti per complessivi 14 kg, in grado di accogliere disegno e *pass-partout* aperto a libro.

Per supportare, su ogni lato del piano di ripresa, le quattro luci LED orientate a 45° rispetto all'orizzontale, sono stati realizzati quattro bracci smontabili in estruso di alluminio scatolare di 20 x 20 x 1 mm di sezio-

ne e 1000 mm di lunghezza, collegati al piano con due staffe angolari fissate con bulloni. Il posizionamento di tali braccia è asimmetrico per permettere l'apertura del *pass-partout*: tre aste sono state orientate a 63° rispetto alla verticale, mentre la quarta è montata verticalmente.

Sui tubolari sono stati alloggiati i supporti scorrevoli realizzati con una stampante 3D *XYZprinting da Vinci pro1.0<sup>24</sup>*, in filamento nero opaco di 1,75 mm di diametro in ABS (terpolimero acrilonitrile-butadiene-stirene) resistente al calore emesso dalle sorgenti luminose (fig. 5).

Sono stati, inoltre, adottati alcuni accorgimenti per rendere più accurato il centraggio del disegno rispetto alla verticale della fotocamera (due sagome delle stesse dimensioni del disegno da acquisire e delle dimensioni del *pass-partout* aperto) (fig. 6), per permettere una facile trasportabilità (due maniglie per lato) e per garantire l'assenza di riflessione diffusa e speculare (verniciatura con pittura all'acqua nera opaca e cartoncino nero). Infine sono state e realizzate alcune dime di riscontro per verificare in fase di montaggio il perfetto posizionamento e inclinazione dei bracci e l'altezza delle luci.

Lo stativo e la nuova fotocamera hanno consentito un miglioramento della risoluzione di acquisizione effettiva misurata come risoluzione limite<sup>25</sup> e risoluzione di campionamento<sup>26</sup> rispetto a quella misurata nell'esperienza del 2014 a Venezia. Ciò ha permesso di rispondere maggiormente ai requisiti relativi al tratto di Leonardo che, come già emerso nel corso di esperienze precedenti<sup>27</sup>, è particolarmente sottile. Egli riusciva infatti a tracciare segni di uno spessore minimo di 95 µm, un valore corrispondente a quello limite di sensibilità al contrasto visivo (CSF), cioè della capacità dell'occhio di discriminare i minimi dettagli, che, per un disegnatore, alla luce di un interno o di una torcia è di valori al massimo di 100 µm. Basandosi sul teorema di Shannon-Nyquist per cui la risoluzione necessaria per un corretto campionamento deve essere almeno pari a almeno il doppio dell'inverso dell'ampiezza del dettaglio più fine, il tratto di Leonardo richiede quindi di risolvere almeno 22 pixel/mm cioè almeno 560 ppi effettivi.

La misurazione della conservazione del dettaglio è stata realizzata tramite la misura della funzione di tra-

sferimento di frequenza (MTF – *Modulation Transfer Function*) dell'intero sistema seguendo la procedura descritta<sup>28</sup> dalla norma ISO 12233 nella versione del 2000 per poter mantenere la congruità con le misure realizzate nel 2014<sup>29</sup>.

Il responso del nostro sistema rispetto ad un bordo inclinato in termini di distanza di risalita (risalita 10-90%), e la curva della MTF, misurata dai valori di MTF50 e MTF10<sup>30</sup> in unità di cicli per pixel (fig. 7), sono illustrati nelle tabb. 1-2 che mostrano una risoluzione effettiva di 740 ppi, capace di risolvere dettagli di 60 µm.

#### Il sistema di illuminazione

La definizione del sistema di illuminazione per realizzare l'acquisizione di un disegno presenta due aspetti principali<sup>31</sup>. Da un lato, è necessario ottenere elevata qualità in termini di luminanza, uniformità, contrasto e riproduzione dei colori. D'altra parte, un'adeguata conservazione dei disegni richiede, al fine di provocare il minimo danno, di minimizzare l'interazione dell'artefatto artistico con la radiazione elettromagnetica<sup>32</sup>.

Nel 1990, le indicazioni dalla *Commission Internationale de L'Eclairage* (CIE) CIE 89/3-1991 per una vasta gamma di materiali sensibili alla luce, tra cui carta, olio su tela, tessuti e acquerelli su carta, ha indicato come il danno per unità radiante di esposizione alla luce aumenta con la diminuzione della lunghezza d'onda della luce<sup>33</sup>.

Nel 2004 ancora la CIE ha emanato raccomandazioni per limitare i danni dovuti a radiazioni ottiche per oggetti museali, che indicano di: (1) eliminare tutte le radiazioni ottiche luminose aventi lunghezza d'onda al di sotto dei 400 nm, (2) mantenere l'illuminamento a valori inferiori a 50 lux<sup>34</sup> per materiali moderatamente o molto sensibili ai danni dovuti a radiazioni luminose, e (3) mantenere l'illuminamento a valori inferiori a 200 lux<sup>35</sup> per i materiali con bassa reattività. Queste indicazioni, che sono per noi il principale riferimento, riportano anche limiti di esposizione misurati in lux-ora per anno nella assodata ipotesi di danno cumulativo, come indicato dalla legge di Bunsen e Roscoe secondo la quale un'esposizione ad alta intensità per un breve periodo produce lo stesso effetto di un'esposizione a bassa in-

tensità ma di un tempo più lungo, cioè rimane costante l'espressione<sup>36</sup>:

$$\text{Esposizione} = \text{Intensità} \times \text{tempo}$$

cioè 1000 lux per 10 secondi hanno lo stesso effetto di 10 lux per 1000 secondi. Vari studi hanno confermato questo principio relativamente ai materiali sensibili alla luce, in particolare quello condotto da Saunders e Kirby della National Gallery di Londra<sup>37</sup>. All'esposizione di 50 lux le linee guida per le mostre forniscono come durata massima di esposizione per le opere cartacee intervalli che vanno da quattro a dodici settimane all'anno. A questo livello di esposizione, gli artefatti cartacei mostrerebbero decolorazioni evidenti solo dopo 1,2 Mlux/ora, o 100 anni di mostre annuali di quattro settimane.

Le norme UNI (Norma UNI 10829/luglio 1999) sostanzialmente ricalcano la direttiva CIE introducendo limitazioni sulla dose annuale di luce, definita come il prodotto dell'illuminamento per il numero di ore di esposizione in un anno e misurata in luxXora/anno. La norma vuole tre mesi ogni tre anni, in pratica quantizzando l'indicazione più restrittiva della CIE su base triennale.

Il metodo di calcolo basato sulla legge di Bunsen e Roscoe è eccellente anche per valutare l'esposizione alla luce durante le riprese fotografiche. Venendo al requisito di alta qualità, innanzitutto si può affermare come un'accurata restituzione dell'aspetto di un disegno richieda fonti luminose dotate di un'elevata resa cromatica<sup>38</sup>. La sorgente luminosa con massima fedeltà cromatica è la luce naturale emessa dal sole; quella artificiale che più si avvicina a tale composizione di spettro è generata dalle lampade a incandescenza. Entrambe queste sorgenti luminose (sole e lampade a incandescenza) emettono luce a lunghezze d'onda spurie (infrarosso, IR, e ultravioletto, UV), non visibili, che le rendono inadatte per usi come la fotografia e l'osservazione di disegni.

Per quanto riguarda la temperatura correlata al colore (CCT), le luci preferite per osservare le opere d'arte, compresi i disegni, sono state quelle a temperatura di 5000° K. Recenti studi di Scuello *et al.*<sup>39</sup> relativi a ripro-

duzioni di opere d'arte a stampa hanno tuttavia indicato come gli osservatori preferiscano una CCT di 3600° K indicando un preciso trend che oggi ha portato ad illuminare le opere d'arte con lampade con CCT anche minore di 3000° K.

Venendo specificatamente all'illuminazione per le riprese fotografiche occorre rilevare innanzitutto che i sistemi di ripresa a scansione ben si adattano a vari tipi di illuminatori a luce continua: al tungsteno, fluorescenti, HMI<sup>40</sup>, ma, solo le ultime due sono utilizzabili poiché le lampade al tungsteno, emettendo elevato calore, sono altamente dannose.

Per l'acquisizione dell'*Uomo Vitruviano*, nel 2014 sono stati impiegati 4 illuminatori Lunarea ciascuno dotato di sei tubi a luce fluorescente continua Osram Studio-line, ciascuno da 55w, CCT di 5600° K e uno spettro adatto alla sensibilità dei CCD, CRI (Color Rendering Index)<sup>41</sup> > 85%. L'analisi della *Spectral power distribution* (SPD) mostra tuttavia come questi illuminatori risentano di una leggera dominante verde, determinata dal loro particolare andamento spettrale, e presentino frequenze in cui la risposta è estremamente limitata, in particolare quelle relative alle lunghezze d'onda dei colori del giallo che, come mostra la fig. 8, sono per la gran parte anche quelle relative ai colori del *Paesaggio*. La natura dei tubi poi implica una certa instabilità nella risposta cromatica, costringe a frequenti controlli ed accomodamenti, e richiede tempi operativi assai lunghi, poiché occorre attendere circa mezz'ora dall'accensione per raggiungere la CCT nominale. In virtù di questa necessità di tempi morti, l'esposizione al disegno, durante la ripresa, è stata pari a circa 600 luxXora/anno, equivalente a circa 12 ore di esposizione al pubblico. Di contro la temperatura di esercizio di soli 22°C danneggia assai limitatamente il disegno, così come limitato è il danno dovuto alla piccola componente UV, misurata nel nostro caso a 50 milli-Watt/lumen per una luminanza di 2668 lux.

In tab. 3 sono riassunti i dati relativi al rischio da illuminazione per l'acquisizione dell'*Uomo Vitruviano*.

Per migliorare queste *performance* nel caso del *Paesaggio* ci si è rivolti alla tecnologia di illuminazione *High Flux* LED a luce bianca<sup>42</sup>, che consiste in un singolo diodo luminoso a singolo *chip* capace di fornire una sorgente

molto luminosa con un dispositivo primario di dissipazione termica integrato nel packaging<sup>43</sup>.

Per quanto riguarda la qualità dell'illuminazione, lo studio di Boissard e Fontoynt, tramite esperimenti visivi su un target di prova stampato con colori cromatici e una riproduzione di Vermeer, ha mostrato come nel confronto tra LED a luce bianca, lampade alogene al tungsteno e luci fluorescenti, gli osservatori preferissero l'illuminazione a LED a luce bianca<sup>44</sup>.

Relativamente alla sicurezza di acquisizione Ishii *et al.* hanno raffrontato il deterioramento del colore dovuto a LED bianchi e lampade fluorescenti, rilevando come i primi generino perdite di saturazione più limitate rispetto alle luci fluorescenti<sup>45</sup>. Piccablotto *et al.* hanno valutato la decolorazione generata da LED bianchi a diverse CCT rispetto ad una lampada alogena tradizionale<sup>46</sup>. I risultati ottenuti hanno evidenziato l'importanza della SPD per valutare l'effettiva causa del degrado del colore e nel contempo hanno indicato come, in genere, i LED bianchi siano meno dannosi rispetto alle lampade alogene tradizionali.

Nel campo della riproduzione fotografica di disegni e con riferimento ai parametri esposti il sistema LED oggi offre quindi innumerevoli vantaggi rispetto alle lampade fluorescenti. A parità di flusso luminoso reso, la lampada LED presenta ingombri minori, pesi inferiori, CCT nominale già all'accensione, bassi consumi energetici e soprattutto assenza di radiazioni UV e IR, caratteristica che la rende particolarmente idonea per illuminare gli oggetti che subiscono danni per effetto di luce a queste lunghezze d'onda. Infine, le basse potenze e i minimi ingombri permettono una grande usabilità.

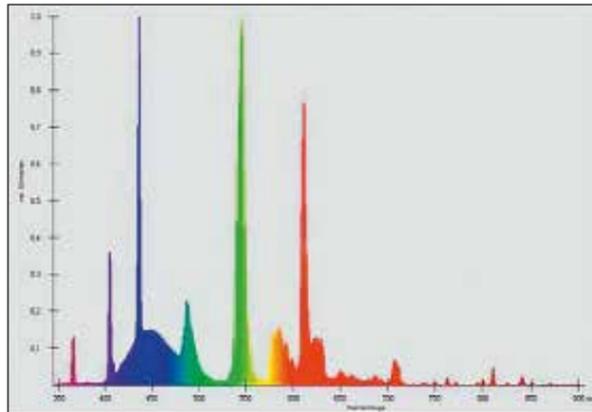
Nell'utilizzo di luce LED di grande importanza è la selezione dello specifico illuminatore: la produzione altamente automatizzata dei LED genera prestazioni assai difformi anche tra esemplari dello stesso tipo e della stessa serie; inoltre le sorgenti LED reperibili nella grande distribuzione avvantaggiano l'efficienza energetica a discapito della continuità di spettro.

Per evitare questi problemi si è deciso di limitare il numero di diodi e utilizzare LED di alta qualità che garantiscano variazioni di resa cromatica di modesta entità. Nel contempo, si sono scelti illuminanti a una CCT pros-

sima a 3600° K capaci di migliorare l'aspetto del colore, aumentando il contrasto e la cromaticità percepiti e quindi, come visto, preferiti, dai fruitori<sup>47</sup>.

Queste osservazioni hanno portato alla costruzione di un sistema illuminante formato da sedici luci *single* LED (quattro per lato) Relio<sup>2</sup> (www.relio.it) (fig. 9), le cui caratteristiche tecniche sono in tab. 4. Si tratta di illuminatori che emettono luce a spettro continuo a una CCT di 4000° K, presentano una luminosità di 40.000 lux a 0,25 m e un CRI > 95%. La loro SPD (fig. 10) indica un'alta affidabilità cromatica a tutte le lunghezze d'onda e un'ottima resa della restituzione del colore anche in fase di rendering. Ogni Relio<sup>2</sup> è calibrato singolarmente e la luce emessa è certificata da una spettrofotometria che consente di calcolare matematicamente – e non empiricamente – il bilanciamento del bianco (fig. 11).

Globalmente l'illuminatore eredita molte delle proprietà positive delle lampade a incandescenza, ma ne evita la smodata emissione di calore e l'emissione di dannose radiazioni UV e IR. In tab. 5 sono riassunti i dati relativi al rischio da illuminazione per l'acquisizione del *Paesaggio*.



Le ottiche di collimazione usate da Relio<sup>2</sup> sono cinque lenti intercambiabili di tipo TIR (*Total Internal Reflection*) con aperture focali diverse che permettono di raccogliere e collimare la totalità della luce emessa dal LED nell'arco dei 180° al contrario della classica collimazione a parabola aperta che non è adatta ove sia necessario garantire una resa cromatica costante lungo tutta l'apertura della lente. Al di sopra della parabola TIR principale, Relio<sup>2</sup> presenta un secondo stadio di collimazione formato da una moltitudine di lenti esagonali a nido d'ape, col fine di omogeneizzare ancor più la cromaticità del fascio emesso. Questa soluzione elimina qualsiasi spuria di collimazione, incluse eventuali tracce di aberrazioni cromatiche.

L'elettronica di alimentazione di Relio<sup>2</sup> evita un tipico problema del LED, cioè l'effetto di *flicker* dovuto al *ripple* armonico che generano le elettroniche tradizionali di pilotaggio dei LED in controllo di corrente e quelle di regolazione della luminosità.

L'illuminatore possiede dunque una serie di caratteristiche-base che lo rendono estremamente idoneo all'uso fotografico, mentre altre, più legate all'operatività specifica, sono state ottenute con una rapida ed efficiente customizzazione da parte del costruttore appositamente per questo progetto.

#### MANTENIMENTO DELLA CONSISTENZA DEL COLORE

Il problema fondamentale nell'acquisizione e riproduzione digitale dei disegni d'arte è quello della definizione cromatica e tonale dell'opera grafica che, in un progetto di ricostruzione tridimensionale come quello in oggetto, va inquadrato entro la più generale tematica della definizione completa delle proprietà del materiale, ovvero della BRDF, per cui può essere identificato nell'acquisizione e riproduzione di una mappa d'albedo.

Poiché la restituzione digitale della riflessione di una superficie necessita di forti semplificazioni del comportamento fisico della luce e delle sue interazioni con la superficie per poter essere calcolabile in un tempo accettabile, uno dei punti più critici nell'acquisire e riprodurre un'albedo è legato quindi all'impossibilità di ottenere fedeltà metrica delle proprietà di colore. Un obiettivo

Fig. 8. *Spectral power distribution* dei tubi a luce fluorescente continua Osram Studioline 55W/5600K (Fonte: OSRAM GmbH).

Fig. 9. La lampada Relio<sup>2</sup>.

accettabile è pertanto quello di avere almeno la fedeltà percettiva. Lo stesso obiettivo chiave di *ISLe*, che si propone di mantenere una fedeltà percepita del colore, servendosi di un accurato *workflow* dall'acquisizione alla visualizzazione sul *display*.

Un passaggio chiave di questo flusso di lavoro riguarda la correzione del colore (CC) delle immagini acquisite, cioè nella fase che trasforma i segnali di colore rilevati dal sensore nei corrispondenti valori dei pixel.

La necessità di correzione del colore nasce dal fatto che i sensori nella fotocamera non hanno la stessa sensibilità spettrale dei coni nell'occhio umano, né la loro sensibilità spettrale soddisfa perfettamente le condizioni di Lutero, cioè non sono una perfetta trasformazione lineare delle sensibilità del cono<sup>48</sup>, per cui possono verificarsi fenomeni di metamerismo tra macchina fotografica e occhio<sup>49</sup>.

Obiettivo della CC è quindi correggere le misure del colore della fotocamera verso spazi colore correlati al sistema visivo umano.

Per le fotocamere digitali la soluzione più diffusa per realizzare la CC consiste nell'utilizzare tabelle di *patches* colore di riferimento dalla riflettanza spettrale nota, solitamente misurata con uno spettrofotometro<sup>50</sup>. Dalla loro descrizione colorimetrica e dai corrispondenti valori dei pixel acquisiti non elaborati, è possibile calcolare i parametri di CC necessari per avere immagini a colori accurate.

Per trovare poi la trasformazione tra valori nello spazio CIE XYZ<sup>51</sup> misurati e valori nello spazio RGB<sup>52</sup> acquisiti sono state sviluppate nel tempo diverse tecniche: semplici matrici lineari, *look-up tables*, sistemi polinomiali ai minimi quadrati, etc. Una loro descrizione completa è in Reinhard *et al.*<sup>53</sup>.

In ogni caso si assume che le sensibilità spettrali della *digital camera* siano combinazioni lineari di quelle indipendenti dal dispositivo, cioè il valore di tristimolo misurato sia una trasformazione lineare, tramite una matrice 3×3 chiamata matrice colorimetrica, dei valori stimati dal sensore, per cui:

$$(\bar{X}_i, \bar{Y}_i, \bar{Z}_i) = f(R_i, G_i, B_i)$$

Fig. 10. *Spectral power distribution* della lampada Relio2 4000K. Da notare l'ampia banda nella zona dei 620-640nm, uno dei fattori che determina una alta resa cromatica.

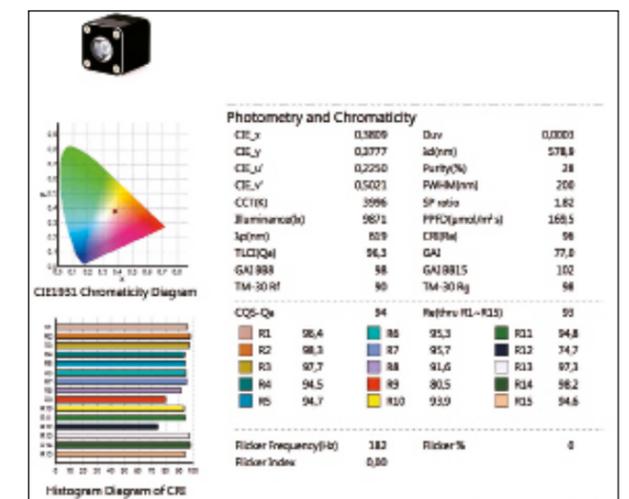
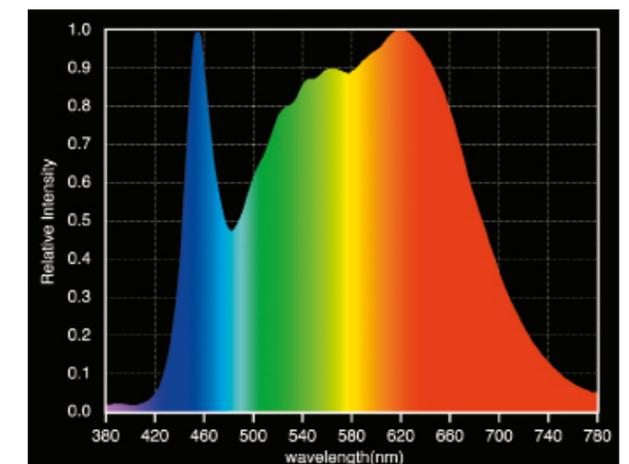
Fig. 11. Valori fotometrici e di cromaticità della lampada Relio<sup>2</sup> 4000K.

Una soluzione efficiente per calcolare questa matrice consiste nel ridurre al minimo la differenza cromatica visiva totale  $J$ , che è una somma ponderata delle differenze di colore  $\Delta E$  (calcolate ad esempio nello spazio colore percettivo uniforme *CIE Lab*) tra il tristimolo target  $(X_i, Y_i, Z_i)$  e la sua stima  $(R_i, G, B_i)$ , per ogni *patch*  $1 \leq i \leq n$ :

$$J = \sum_{i=1}^n w_i \Delta E(X_i, Y_i, Z_i, R_i, G, B_i)$$

in cui  $w_i$  sono i pesi per le diverse *patch*. Solitamente la minimizzazione è quella dei quadrati<sup>54</sup>.

I risultati ottenuti da questo metodo sono specifici relativamente a un determinato illuminante<sup>55</sup> e sono molto sensibili alla tecnica utilizzata e agli errori dell'operatore nel processo di acquisizione. Si tratta di problemi marginali nel nostro caso poiché le riprese sono effettuate



in studio, a luce controllata e con una sola condizione di illuminamento stabile, a fronte di una operatività assai semplice e di immediata verifica.

La CC è stata quindi effettuata utilizzando una soluzione *target-based* automatizzata sviluppata precedentemente dal nostro gruppo di lavoro ed applicabile efficientemente anche a questo caso, chiamata SHAFT (*SAT & HUE Adaptive Fine Tuning*)<sup>56</sup> e che si basa su un target *X-Rite ColorChecker Classic*<sup>57</sup>. È questa una tabella di dimensioni 215,9 x 279,4 mm che consiste di 24 quadrati colorati standardizzati di riflettanza nota i cui colori sono stati scelti per rappresentare vari oggetti naturali, tinte dalla riproduzione problematica, i primari additivi e sottrattivi e una scala di grigi (fig. 12).

SHAFT, implementato in MATLAB, è organizzato fondamentalmente in tre passaggi (fig. 13):

1. *Linearizzazione dell'immagine RAW*. Sfruttando il decodificatore RAW di *DCRaw* l'immagine è linearizzata nello spazio colore CIEXYZ a 16 bit per evitare perdita di informazione, imponendo un output con livello di bianco fisso, gamma pari a 1 e ignorando l'istogramma proprio dell'immagine. La soluzione non è precisa come quella proposta ad esempio da Cheung *et al.*<sup>58</sup>, ma il risultato finale è sufficientemente accurato grazie alla capacità di *DCRaw* di tenere conto delle funzionalità integrate della fotocamera, e alle qualità di base del sensore trilineare utilizzato;

38 12 14 A1 01 Dark Skin	66 13 17 B1 02 Light Skin	51 0 -22 C1 03 Blue Sky	43 -17 22 D1 04 Foliage	56 13 -25 E1 05 Blue Flower	72 -31 1 F1 06 Blotch Green
63 28 58 A2 07 Orange	41 18 -43 B2 08 Purpleish Blue	52 43 15 C2 09 Moderate Red	31 26 -23 D2 10 Purple	72 -28 59 E2 11 Yellow Green	72 12 67 F2 12 Orange Yellow
30 27 -51 A3 13 Blue	55 -41 34 B3 14 Green	41 51 26 C3 15 Red	81 -4 79 D3 16 Yellow	52 49 -16 E3 17 Magenta	52 -22 -27 F3 18 Cyan
96 0 0 A4 19 White	81 0 0 B4 20 Neutral 8	67 0 0 C4 21 Neutral 6.5	52 0 0 D4 22 Neutral 5	36 0 0 E4 23 Neutral 3.5	20 0 0 F4 24 Black

Fig. 12. Il target X-Rite Color Checker (CC) Classic con riportati i valori CIELab dei colori e la loro identificazione.

2. *Equalizzazione dell'esposizione e bilanciamento del bianco*. Il bilanciamento del bianco è realizzato tramite una trasformazione lineare e una correzione dell'esposizione rispetto alla patch D4 del *ColorChecker*;

3. *Correzione del colore*. Una prima correzione del colore è realizzata servendosi di un algoritmo di *fitting* polinomiale *per-channel* basato sulla funzione di *MATLAB Weighted Polyfit* ( $x, y, n$ ). L'algoritmo è dettagliato in Gaiani *et al.*<sup>59</sup> (fig. 14). Ad essa segue una seconda correzione realizzata tramite un algoritmo basato sugli *Adobe Camera Raw (ACR) calibration scripts*. Questi derivano dalla procedura di calibrazione di Bruce Fraser per approssimazioni successive<sup>60</sup>, che consiste nel realizzare variazioni selettive e nel valutare l'errore globale  $\Delta E$  relativo a tutte le *patch*. SHAFT differisce dagli script ACR nel numero di test effettuati e nell'algoritmo utilizzato per trovare la migliore quantità di variazione. Maggiori dettagli sono in Gaiani e Ballabeni<sup>61</sup>.

Nel processo di CC, un punto chiave è nell'uso di spazi colore appropriati rispetto a cui applicare gli algoritmi di correzione del colore e renderizzare le immagini finali<sup>62</sup>. I principali parametri che ne consentono la scelta sono: l'estensione della gamma di colori; la codifica percettivamente lineare della scala tonale per ridurre al minimo la profondità di bit richiesta per codificare un'immagine; la gamma dinamica; il punto di bianco dell'illuminante; le condizioni di osservazione; l'efficienza di quantizzazione e compressione.

Per *ISLe*, l'analisi di questi parametri, ha portato a scegliere lo sRGB, oggi spazio colore predefinito per applicazioni multimediali dallo standard IEC 61966-2-1<sup>63</sup>. Si tratta di un *color space* i cui valori sono definiti alla temperatura di 6500° K (cioè rispetto all'illuminante CIE D65). Anche se potenzialmente esistevano controindicazioni (non-linearità, ampiezza minore dello spazio colore percepito dall'uomo), tuttavia alcuni vantaggi sono risultati decisivi:

- è il solo spazio colore supportato dalla nostra API grafica 3D (OpenGL);
- è il solo spazio colore visualizzabile al 100% sui monitor odierni;
- i colori mal rappresentati non sono presenti nel *Pa-*

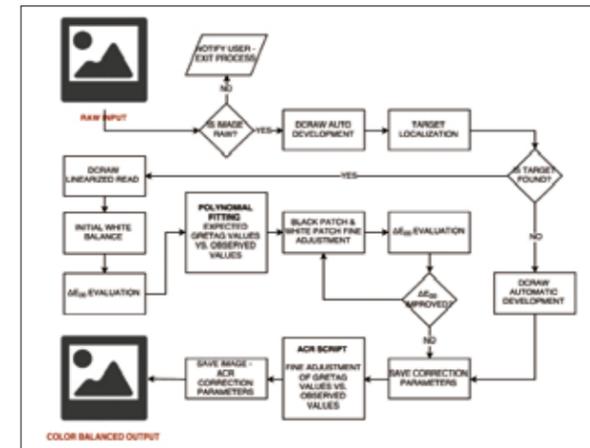
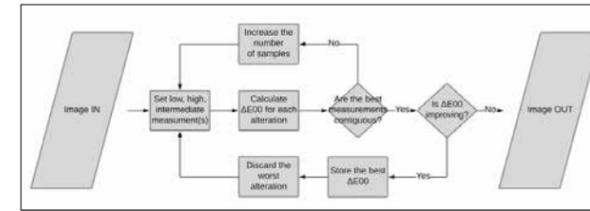


Fig. 13. Il process flow dell'algoritmo di correzione del colore SHAFT (SAT & HUE Adaptive Fine Tuning).

Fig. 14. Workflow del sistema di color correction.

*esaggio*. L'inchiostro ferrogallico, la pietra nera, la pietra rossa e la carta invece sono rappresentabili nello spazio colore sRGB senza necessità di *color clipping* o rimappature, come si può vedere dai diagrammi colorimetrici relativi alle due facce del disegno riportati in fig. 15.

La filiera di *color correction* è invece completamente realizzata nello spazio lineare CIEXYZ. La motivazione è nell'osservazione che, usando questo spazio colore, gli errori calcolati dagli algoritmi di *fitting* ai minimi quadrati corrispondono assai bene agli scostamenti delle immagini corrette rispetto all'originale, per cui minori scostamenti numerici corrispondono a immagini più fedeli visivamente<sup>64</sup>. Solo alla fine del *workflow* le immagini sono compresse nello spazio colore di visualizzazione sRGB, utilizzando una *look-up table* che minimizza la perdita di informazioni.

La valutazione dell'acquisizione di immagini a colori richiede normalmente uno sforzo di validazione. Per giungere a questo obiettivo esistono oggi diverse formule di differenza di colore visivo. Quella più comunemente usata è la differenza di colore CIELAB,  $\Delta E$ , calcolata per ogni *patch* di colore<sup>65</sup>. Le prestazioni complessive della codifica del colore sono ottenute solitamente sommando le misure statistiche dei  $\Delta E$  relativi all'intero insieme di campioni di colori contenuti nei target.

Nel nostro caso è stata utilizzata la metrica colore emanata dalla CIE nel 2000<sup>66</sup>:

$$\Delta E_{00} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L'}{k_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C'}{k_C S_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H'}{k_H S_H}\right)^2} + R_\tau \frac{\Delta C'}{k_C S_C} \frac{\Delta H'}{k_H S_H}$$

La formula riprende il concetto di misura della distanza euclidea tra colore atteso e colore misurato nello spazio colore CIE, e introduce fattori di correzione per minimizzare il problema dell'uniformità non-percettiva dei colori<sup>67</sup>. In particolare differenze di luminosità ( $\Delta L$ ), *chroma* ( $\Delta C$ ) e *hue* ( $\Delta H$ ) sono ponderate in funzione della posizione nello spazio CIE del colore in oggetto e della sua luminosità tramite "fattori parametrici"<sup>68</sup>. Nello specifico, la metrica  $\Delta E_{00}$  propone cinque diverse correzioni allo spazio CIELAB<sup>69</sup>: le funzioni

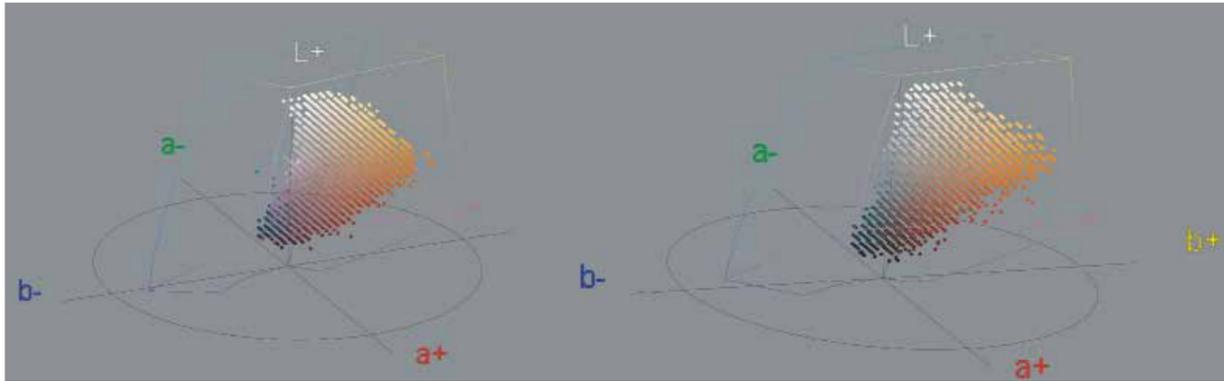


Fig. 15. Diagrammi colorimetrici relativi alle due facce del disegno in colore Lab ottenuti tramite il software ICC3D. A fil di ferro è indicato lo spazio colore sRGB. A sinistra il recto, a destra il verso.

di ponderazione per luminosità, cromaticità e tonalità; una modifica dell'asse  $a^*$  nella regione neutra; un termine di interazione *chroma-hue* che è efficace solo nella regione blu saturata<sup>70</sup>. La formula, anche se mostra alcune discontinuità, corrisponde assai bene al modo in cui gli osservatori umani percepiscono piccole differenze di colore e, per questo, è raccomandata dalla CIE per le differenze di colore comprese nell'intervallo 0-5 unità CIELAB<sup>71</sup>, che corrispondono alla tipica casistica dei disegni.

Un recente lavoro illustra come le più recenti formule di differenza di colore possano essere modificate da semplici funzioni di potenza (cioè con un solo parametro aggiuntivo) per ottenere risultati considerevolmente più vicini alle differenze di colore percepite visivamente<sup>72</sup>. Tuttavia, le differenze statistiche ottenibili, così come porre  $S_L = 1^{73}$ , sono marginali<sup>74</sup>. Per questo ci si è attenuti alla formulazione originale.

La formula di misura CIE  $\Delta E_{00}$  è utilizzata in SHAFT in due differenti fasi:

- come parte del *workflow* di correzione del colore;
- per calcolare la deviazione dai valori desiderati alla fine del processo di correzione del colore.

I valori attesi sono stati ottenuti misurando le *patch* della *ColorChecker* utilizzata tramite uno spettrofotometro bidirezionale.

I valori di tolleranza corretti per  $\Delta E$  sono stati quelli suggeriti dalle *guidelines* più note per la digitalizzazione di opere d'arte: *Federal Agency Digitization Guidelines Initiative* (FADGI)<sup>75</sup> e *Metamorfoze*<sup>76</sup>.

Relativamente al nostro campo di interesse sia FADGI sia *Metamorfoze* forniscono tolleranze rispetto a due quantità  $\Delta E$  massimo (tutti gli errori di colore misurati devono essere inferiori a questo valore) e  $\Delta E$  medio (l'errore medio del colore non può superare questo valore), ma utilizzando diverse formule:  $\Delta E_{76}$  per *Metamorfoze* e  $\Delta E_{00}$  per FADGI (tab. 6). Se nel metodo seguiremo entrambe, nell'indicazione della quantità ci riferiremo solo alle seconde.

In questa ottica vanno osservati i risultati relativi al disegno, che consistono in un valore medio di  $\Delta E_{00} = 2.31$ , e un valore massimo  $\Delta E_{00} = 5,6$  che corrisponde all'indistinguibilità ad occhio nudo dell'immagine osservata su un monitor calibrato rispetto al disegno reale e a valori ampiamente entro i limiti indicati dalle linee guida FADGI (fig. 16).

A questo punto l'osservazione diretta e comparata delle immagini corrette e del disegno originale ha portato a un'importante osservazione relativa alla procedura di CC, già fatta da alcuni autori. Si è riscontrato come l'uso di target a colori standard non produce buo-

ni risultati quando l'oggetto che deve essere riprodotto è caratterizzato da una gamma di colori limitata e vicina ai colori neutri<sup>77</sup>. Per ovviare a questo problema la soluzione più comune in letteratura è la costruzione di un target cromatico personalizzato con *patch* scelte solitamente empiricamente entro la palette dei colori presenti nell'originale. Il processo di CC viene poi eseguito riferendosi al nuovo target<sup>78</sup>.

Tentativi sperimentali da noi condotti provando ad utilizzare scelte di questo tipo hanno mostrato che rimane una forte alea nella scelta dei colori candidati che essendo in una stretta gamma tonale, possono portare ad errori anche superiori rispetto alla soluzione originaria. Si è preferita quindi una procedura differente:

A. a partire dalle immagini del disegno (*recto* e *verso*) ottenuta dal processo di CC standard si sono create immagini corrette manualmente per raffronto visivo col disegno originale posto a fianco dei monitor ed illuminato con la lampada LED utilizzata per le acquisizioni. La correzione è stata realizzata servendosi di Adobe Photoshop su due diversi monitor calibrati rispettivamente a 5000°K e nei colori sRGB fino ad ottenere differenze percettivamente marginali all'osservazione prolungata di cinque utenti esperti. I monitor erano due NEC *SpectraView* 2690 e *SpectraView Reference* 302<sup>79</sup>;

B. su un'immagine RAW si è realizzato il processo di CC con SHAFT ma dando pesi differenti alle *patch* del *ColorChecker Classic*. In dettaglio sono state enfatizzate le *patches* neutri A4-F4 e quelle che mostravano dei colori più vicini a quelli presenti nel disegno. Questa procedura è stata ripetuta per vari pesi;

C. le immagini del disegno così ottenute sono state raffrontate percettivamente da 20 osservatori esperti con le immagini corrette manualmente in questo modo:

1. rispetto al disegno originale illuminato con la lampada LED utilizzata per le acquisizioni sui due monitor NEC *spectraview* calibrati come sopra (5 persone);
2. rispetto all'immagine corretta manualmente (20 persone di cui 5 sui due monitor NEC *spectraview*, 15 persone su monitor LaCie 526 LCD calibrato rispetto allo spazio colore sRGB).

Considerando che i cambiamenti di luce ambientale influenzano solo la percezione del colore assoluto, ma non hanno alcun effetto sulla relativa sensazione di differenza cromatica<sup>80</sup>, la verifica è stata tenuta in due ambienti illuminati diversamente:

- in presenza del disegno solo una lieve luce diffusa (meno di 10 lux) dovuta alla lampada LED che illuminava il disegno;
- in assenza del disegno luce naturale a cielo coperto per circa 30 lux sul piano del monitor.

Tutti gli osservatori hanno rilevato solo differenze percettivamente marginali all'osservazione prolungata nelle immagini in cui a D4 è stato assegnato peso 3, mentre ad A1, B1, A2, F2, C3, D3, A4 è stato attribuito peso 2 (vedi fig. 12).

In secondo luogo, è stato misurato il  $\Delta E_{00}$  medio relativo alle immagini corrette con SHAFT usando questi pesi e sono state analizzate le ellissi di MacAdam, che, avendo  $L^*$  (*lightness*) fissa nello spazio cromatico CIE 1931, permettono di individuare la costanza cromatica. In fig. 17 sono riportate le ellissi di MacAdam per la CC ricavata che mostrano una ottima aderenza dei valori ottenuti per i colori neutri e quelli vicini ai colori presenti nel disegno.

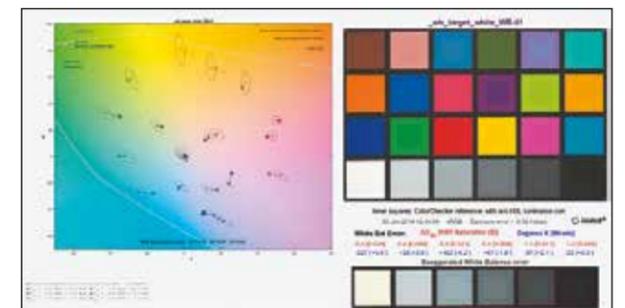


Fig. 16. Valutazione dell'efficienza della correzione del colore tramite target X-Rite ColorChecker Classic, *color correction* attribuendo egual peso a tutte le *patches* della tabella: analisi del colore e dell'esposizione per le *patches* e diagramma del *Mean camera chroma* relativo al *Mean ideal chroma* nella metrica CIE  $\Delta E_{00}^*$ .

Il risultato finale del nostro processo è dato da due mappe colore in formato sRGB a 8 bit per canale che descrivono efficacemente la componente diffusa del colore.

#### TECNICHE E METODI DALL'ACQUISIZIONE ALLA VISUALIZZAZIONE

La visualizzazione tramite rendering di un modello 3D digitale al fine di assicurare fedeltà percepita comporta la necessità di modellizzare correttamente il comportamento della luce sia riguardo alla sua composizione spettrale, sia riguardo al percorso che descrive nella scena e alle riflessioni e inter-riflessioni che avvengono.

Il modello risolutivo del problema sviluppato in computer grafica, estremamente semplificato e formulato in modo empirico, è noto come equazione del rendering di Kajiya<sup>81</sup>, un'equazione integrale che descrive tutti gli scambi di luce in una scena e che spiega che relativamente a una particolare posizione e direzione della luce, la luce uscente da un punto qualsiasi di una superficie è la somma della luce emessa e della luce riflessa. La luce riflessa è ottenuta moltiplicando la luce che arriva da tutte le direzioni per la BRDF e per l'angolo tra direzione normale e direzione della luce.

La BRDF, definita come il rapporto differenziale tra la radianza riflessa e l'irradianza, descrive quindi in modo quantitativo tutti i fenomeni di riflessione sulla superficie reale: oltre al colore, anche le proprietà ottiche di riflessione diffusa, speculare o, più generalmente, mista<sup>82</sup>.

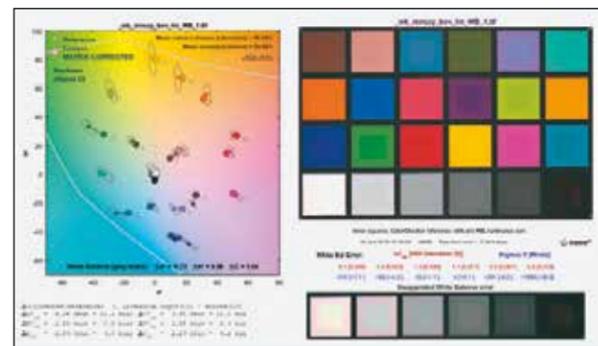


Fig. 17. Valutazione dell'efficienza della correzione del colore tramite target X-Rite ColorChecker Classic, color correction attribuendo maggior peso alle patches della tabella con colori simili a quelli presenti nel disegno: analisi del colore e dell'esposizione per le patches e diagramma del Mean camera chroma relativo al Mean ideal chroma nella metrica CIE  $\Delta E_{\infty}^{\circ}$ .

In caso di materiali traslucidi, come la carta, la BRDF richiede una maggiore generalizzazione per ricomprendere anche i fenomeni di trasmissione e di dispersione subsuperficiale. Per questo occorre valutare l'intera BSSRDF (*Bidirectional Scattering Surface Reflectance Distribution function*)<sup>83</sup> che descrive il trasporto della luce tra due raggi qualsiasi incidenti su una superficie, senza richiedere l'ipotesi della BRDF di oggetti opachi<sup>84</sup>. Per un materiale omogeneo, questa prende il nome di *Bidirectional Scattering Distribution Function* (BSDF) e consiste nella somma di una BRDF e di una *Bidirectional Transmittance Distribution Function* (BTDF)<sup>85</sup>, che modella la trasmittanza.

Il ritrovamento corretto della BRDF è fondamentale per una restituzione fedele dell'artefatto, cioè del disegno di Leonardo. Basti pensare che una rappresentazione del colore approssimata, ma che mostra la rugosità della carta, risulta all'occhio percettivamente più fedele di una che presenta maggiore fedeltà del colore ma priva delle inter-riflessioni date dalla micrograna della carta.

La valutazione completa di una BRDF variabile nello spazio, come nel caso dei disegni, è realizzata solitamente tramite tecniche complesse che possono prevedere lo sfruttamento di sorgenti di luce lineari in modo analitico<sup>86</sup> oppure densi campionamenti sia angolari sia spaziali<sup>87</sup>. Entrambe queste tecniche presentano tuttavia rilevanti limitazioni pratiche. Le prime sono limitate dal potere rappresentativo dei modelli analitici e possono sbagliare nel caratterizzare con precisione materiali anisotropi complessi come la carta fatta a mano. La seconda soluzione richiede spesso complicate configurazioni di acquisizione e la sua accuratezza è limitata dallo sforzo di acquisizione.

Per ovviare a questi problemi, in anni recenti sono state sviluppate tecniche di misura *image-based*, capaci di accelerare le misurazioni della riflettanza e ridurre i costi, giacché richiedono semplicemente acquisizioni fotografiche<sup>88</sup>. Queste proprietà hanno fatto sì che anche nel nostro caso si siano utilizzate tecniche basate sulle immagini per valutare la BRDF.

Per modellare correttamente la BRDF, è poi necessario considerare il fatto che l'aspetto di un materiale dipende dalla scala.

Per modellizzare questo fenomeno, nel nostro caso sono state utilizzate le tipologie di interazione della luce descritte in Westin *et al.*<sup>89</sup>, dove sono state raggruppate per dimensione delle strutture geometriche secondo tre diverse scale:

- macrostruttura: definisce forma e geometria;
- mesostruttura: comprende elementi ancora visibili ad occhio nudo, ma che di solito non sono considerati costitutivi della forma complessiva di un oggetto. Queste strutture superficiali, date ad esempio da piccole protuberanze, causano effetti come interriflessioni o autombraggiamento;
- microstruttura: è ipotizzata formata da faccette microscopiche di ordini di grandezza al di sotto della risoluzione dell'occhio umano che, tuttavia, contribuiscono in modo significativo all'aspetto del materiale, ocludendo la luce o proiettando ombre o inter-riflessi l'una sull'altra.

La soluzione per la definizione della BRDF e del suo comportamento alle varie scale da noi adottata è di base quella descritta in Gaiani *et al.*<sup>90</sup> a cui si rimanda per ulteriori approfondimenti. Si ricorda solo come la mesostruttura e parte della microstruttura vengano ricostruite tramite metodi *multitexture*<sup>91</sup> con quattro mappe: albedo, normali, profondità, mappa speculare.

Allo schema base proposto nello scritto 2015 sono state apportate importanti innovazioni in riferimento a tre aree:

- ritrovamento delle mappe normali;
- ritrovamento delle mappe di profondità per modellare le ondulazioni della carta;
- modellizzazione della microstruttura per la quale è stato realizzato un nuovo *shader* capace di interpretare correttamente il comportamento della carta alla luce.

#### a. Modellizzazione della carta

La soluzione sviluppata si rifà a quella proposta da Papas *et al.*<sup>92</sup> che hanno modellizzato in modo efficace la BRDF della carta come BSDF, partendo dall'osservazione, verificata sperimentalmente, che la carta è altamente dispersiva.

Definita la carta come un materiale otticamente spesso che presenta un comportamento alla luce dato

dalla combinazione di vari effetti (dispersione subsuperficiale, riflessione speculare, retroriflessione, lucentezza superficiale e trasmissione), questo comportamento è ricostruito tramite una rappresentazione che sfrutta tre componenti:

- una versione ridotta del modello multistrato di Donner e Jensen<sup>93</sup>;
- il modello della teoria della dispersione singola di Hanrhan e Krueger<sup>94</sup>;
- il modello a microfaccette di Walter *et al.*<sup>95</sup> per la riflessione e la rifrazione della superficie.

In particolare la forma generale del modello a microfaccette nel caso di materiali isotropici è:

$$f(l, v) = \frac{c_{diff}}{\pi} + \frac{F(l, h) G(l, v, h) D(h)}{4(n \cdot l)(n \cdot v)}$$

in cui  $l$  direzione della luce,  $v$  direzione di vista,  $n$  normale alla microfaccetta corrente,  $h = l + v$ ,  $c_{diff}$  riflessione diffusa dell'albedo,  $F(l, h)$  riflettanza di Fresnel,  $G(l, v, h)$  quantità di microfaccette non in ombra o mascherate, espressa come proporzione sul totale,  $D(h)$  funzione di distribuzione normale delle microfaccette valutata alla normale della microfaccetta corrente. In altre parole,  $D(h)$  è la concentrazione di microfaccette con normale pari a  $h$  e determina dimensione, luminosità e forma della sovrailluminazione speculare.

Il denominatore  $4(n \cdot l)(n \cdot v)$  è un fattore di correzione che tiene conto delle quantità che devono essere trasformate tra lo spazio locale delle microfaccette e quello dell'intera macrosuperficie.

Il termine di riflettanza di Fresnel calcola la frazione di luce riflessa da una superficie otticamente piatta. Il suo valore dipende da due fattori: l'angolo tra il vettore luce e la superficie normale e l'indice di rifrazione del materiale.

Relativamente a questo schema generale Papas *et al.* hanno rilevato come nel caso di superfici dielettriche lisce come quelle di carta lucida e semi-lucida, le equazioni di trasmissione Fresnel offrano una buona corrispondenza con le misure, mentre per superfici ruvide come la carta opaca, cioè il nostro caso, la corrispondenza sia

assai marginale. Per carta opaca è quindi stata introdotta una funzione di attenuazione modellizzata sulla base delle misurazioni goniometriche eseguite.

Questo schema di base con gli approfondimenti di Papas *et al.* è stato ripreso per *ISLe* e implementato come *shader* nel software di rendering scelto, *Unity 3D*<sup>96</sup>, un motore di videogiochi capace di supportare *Physically Based Shading* (PBR) sfruttando le API grafiche OpenGL.

Riepiloghiamo quindi i principali caratteri di questo *shader* e le implementazioni fatte per rappresentare correttamente i materiali contenuti nel *Paesaggio*: carta, inchiostro ferro-gallico, pietra rossa, pietra nera.

Per rappresentare riflessione e rifrazione il modello-base di BRDF utilizzato è quello proposto dalla teoria delle microfaccette di Torrance-Sparrow<sup>97</sup>, implementato nella parte di riflessione diffusa secondo la soluzione di Walt Disney Animation Studios<sup>98</sup> caratterizzata dal calcolare la rifrazione di Fresnel due volte, una volta in entrata e una volta in uscita dalla superficie, per preservare il principio di reciprocità di Helmholtz, esattamente come nel modello di Papas *et al.* Per  $G(l, v, h)$  è usata la soluzione di Smith come nella formulazione originaria del modello a microfaccette, mentre per la  $D(h)$  è utilizzata è la GGX anisotropa a multidispersione introdotta da Walter *et al.*<sup>99</sup>, scritta come in Heitz 2014<sup>100</sup>. Per Fresnel è usata l'approssimazione di Schlick, più semplice ma sufficientemente accurata (l'errore introdotto dall'approssimazione è significativamente inferiore a quello dovuto agli altri fattori)<sup>101</sup>. In essa è stata modificata anche la risposta di retroriflessione radente passando a un valore specifico determinato dalla rugosità invece del valore zero. Questo permette di tenere conto delle carenze della formula di Fresnel in presenza di carta opaca, migliorando la risposta non naturale originaria alla luce radente che si ottiene da una semplice applicazione di quella formula.

Anche la *subsurface scattering* è ottenuta a partire dalla soluzione di Walt Disney Animation Studios<sup>102</sup> che introduce una rifattorizzazione della riflessione diffusa per tenere conto degli effetti di dispersione, e una componente di lucentezza che modella la trasmissione microsuperficiale radente.

Operativamente lo *shader* è stato scritto partendo da quanto riportato in Doppioslash<sup>103</sup> introducendo come coefficienti mancanti valutazioni ricavate da misure sulla carta utilizzata da Leonardo realizzate in precedenti esperienze (fig. 18).

Infine, per quanto riguarda l'inchiostro ferrogallico è stato costruito un canale con una maschera di trasparenza sulla carta e comportamento metallico dell'inchiostro reso tramite effetto di Fresnel e mappa speculare. La composizione dell'inchiostro è stata determinata su basi letterarie<sup>104</sup> (fig. 19).

#### b. mappatura delle normali e delle altezze

Mesostruttura e parte della macrostruttura sono restituite in *ISLe* tramite due mappe per poter essere gestite con efficienza nella *pipeline* di rendering in tempo reale tramite metodi *multitexture*: una mappa delle normali alla superficie (*normal map*) e una mappa di profondità (*height map*).

Il nome *normal map* indica una mappa normale nello spazio tangente che permette di simulare l'effetto della luce su una superficie senza dover modellare geometricamente la superficie stessa. I vettori normali sono rappresentati tramite i canali RGB fatti corrispondere alle componenti x y z del vettore normale normalizzato pixel per pixel seguendo la tab. 7.

Una *height map* è un'immagine in scala di grigi utilizzata come griglia globale discreta per descrivere differenze di quota, punto per punto, di una superficie. Nella *height map* i pixel bianchi rappresentano i punti della superficie con la quota assoluta maggiore, i pixel neri rappresentano quelli con la quota assoluta minore, lungo la direzione normale al piano del foglio<sup>105</sup>.

Entrambe le mappe sono utili a rappresentare digitalmente una superficie rappresentandone dati complementari. La *height map* è generalmente usata per modellare le deformazioni mesoscopiche della superficie; invece la *normal map* è generalmente utilizzata per simulare i dettagli superficiali microscopici.

Le tecniche radiometriche<sup>106</sup>, comunemente note in computergraphics come *shape from shading*, sono certamente le più appropriate e di semplice uso per estrarre

*normal* e *height map* perché misurano direttamente la normale alla superficie.

La più sviluppata di queste tecniche oggi è certamente quella di *photometric stereo* che stima la normale ad una superficie dal comportamento perfettamente diffuso (Lambertiano) fotografandola in differenti condizioni di illuminamento<sup>107</sup>. Nella formulazione stereo fotometrica originale introdotta da Horn<sup>108</sup>, le fonti di luce erano assunte all'infinito, la fotocamera era ortografica e la superficie dell'oggetto Lambertiana e convessa (cioè senza ombre o inter-riflessi).

La soluzione di *photometric stereo* qui adottata riprende applicazioni e sviluppi di tale metodo prodotti da Cox e Berns<sup>109</sup>, che hanno proposto e sperimentato una tecnica in grado di acquisire le informazioni relative alle mappe normali da utilizzare nel rendering delle superfici dei dipinti che utilizza illuminazione da quattro sorgenti luminose posizionate a 45° rispetto alla superficie del disegno, e disposte a 90° una dall'altra rispetto ai quattro lati del disegno e alla fotocamera (posizionata perpendicolarmente alla superficie

del disegno stesso), anziché un intero emisfero di posizioni luminose come nel *photometric stereo* classico.

La soluzione, sviluppata da un precedente metodo messo a punto da Berns *et al.*<sup>110</sup>, utilizza una tecnica selettiva per rimuovere le sovrailluminazioni. In pratica elimina i valori di illuminazione dei singoli pixel più alti tra i quattro ottenuti dalle immagini acquisite.

Sono così eseguite quattro serie di riprese (una per ogni luce) dell'oggetto da riprodurre, di un cartoncino neutro, di una palla da biliardo nera lucida e di un target *ColorChecker Classic*. Le immagini del cartoncino neutro sono usate per compensare eventuali distribuzioni non uniformi della luce; la sfera nera per definire la posizione delle quattro luci in maniera accurata, il target *ColorChecker Classic* per la CC.

I risultati dell'applicazione del metodo sono le due mappe i cui dettagli sono in fig. 20 a, b. A partire da esse si sono anche ricavate le *height map*.

L'osservazione dei risultati ottenuti ha tuttavia mostrato la presenza di artefatti imputabili a una distribu-



Fig. 18. *Real-time rendering* della carta nelle tre posizioni di osservazione: zenitale, a 45°, a luce radente.

Fig. 19. *Real-time rendering* degli inchiostri nelle tre posizioni di osservazione: zenitale, a 45°, a luce radente.

zione non perfettamente regolare dell'illuminazione nonostante la correzione dell'uniformità luminosa con tecniche di *flat fielding* e all'imprecisione della misurazione della posizione delle quattro luci poiché la sfera riflettente produce errori significativi quando le sorgenti luminose violano la condizione di luce lontana e si trovano effettivamente vicino all'oggetto (meno di 4 volte la dimensione dell'oggetto), come nel nostro caso<sup>111</sup>.

Questo fatto è tendenzialmente irrilevante quando si ricava la mappa di albedo o si utilizza la mappa delle normali solo per simulare i dettagli microscopici superficiali. La correzione errata dell'illuminamento nella mappa delle normali diventa però un fattore rilevante quando la si vuole utilizzare per ricavarne una *height map*, tramite un operatore di gradiente<sup>112</sup>, e da questa ricostruire il *displacement* in direzione normale al piano del foglio.

La valutazione dell'errore è fatta servendosi di una procedura basata su *Grasshopper*<sup>113</sup> ed il plug-in *Kangaroo* che converte la *normal map* nella superficie modellata tramite un algoritmo che segue un principio di minimizzazione dell'errore.

L'algoritmo estrae le posizioni dei punti centrali di ogni pixel e calcola l'orientamento dei vettori normali alla superficie tramite le componenti XYZ estratte dalla *normal map*. Applica poi i vettori normali al centro del relativo pixel di appartenenza. Successivamente crea una maglia poligonale a facce rettangolari sulla griglia di pixel dell'immagine; su questa applica un vincolo geometrico che permette ai vertici della *mesh* di muoversi liberamente solo lungo l'asse Z, poi impone un secondo vincolo geometrico che attira i vertici di ogni faccia della *mesh* al piano perpendicolare al vettore (il cui orientamento è calcolato e invariabile) applicato al centro di ognuna delle facce. Una volta impostati tutti i vincoli geometrici è attivato un processo di ottimizzazione, che iterativamente minimizza la somma totale pesata dei quadrati delle distanze di spostamento generate da ogni vincolo geometrico. Questo fa sì che la *mesh* tenda a deformarsi lungo l'asse Z cercando di portare ogni faccia ad essere perpendicolare al relativo vettore normale.

Il modello in fig. 21, realizzato a partire dalla mappa delle normali ottenuta applicando la tecnica di Cox e Berns, mostra un'evidente concavità globale non presente nel modello reale rilevato, e la ragione di tale deformazione è da attribuirsi all'errata distribuzione della luce nei canali rosso, verde e blu della *normal map* per cui l'errore è più marcato nei punti più vicini e più lontani dalla fonte luminosa cioè quelli a maggiore e minore intensità luminosa.

Una volta valutato l'errore, la correzione è effettuata nel modo seguente: all'immagine originale è applicato un algoritmo in grado di attenuare l'effetto del decadimento luminoso sulla superficie riprodotta. La correzione è eseguita confrontando il canale di luminosità della foto del cartoncino neutro con la foto del disegno che presenta le stesse condizioni di illuminazione. Individuato con precisione il decadimento della luce dalla foto del cartoncino neutro si applica una nuova regolarizzazione della *lightness* capace di eliminare la disuniformità radiometrica alla foto con il disegno (fig. 22). L'immagine così rifinita è stata usata per ricavare una nuova *normal map* col metodo di Cox & Berns. La *height map* è poi ottenuta utilizzando l'implementazione dell'operatore di gradiente di Knald Technologies<sup>114</sup>, che permette di minimizzare errori cumulativi dovuti a rumore residuo.

L'algoritmo basato su *Grasshopper* e *Kangaroo* infine permette la verifica dei risultati restituiti da *Knald* e di calcolare l'effettivo valore di estrusione da assegnare al modificatore di *displacement* facente uso della *height map* estratta da *Knald*, calibrandolo tramite tre modelli di fogli di carta rappresentativi di configurazioni simili a quelle del disegno ripresi sotto lo stesso set di luci.

Le caratteristiche geometriche di questi modelli sono state definite tramite tecniche di fotogrammetria automatica capaci di estrarre modelli 3D accurati ai 50 µm dai quali è stato estratto un modello medio<sup>115</sup>. Il raffronto fra modello 3D fotogrammetrico e modello 3D estratto come *height map* ha consentito di calibrare il risultato ottenibile dalla procedura sviluppata e produrre *displacement* in linea con quelli reali.

Infine, una volta estratta la mappa, si genera una vera e propria superficie 3D con una risoluzione di 20 µm utilizzando i tradizionali algoritmi di *displacement mapping*

geometrico per interpolazione lineare dei valori di grigio 0-255 della mappa rispetto ai due estremi come dai risultati della calibrazione.

In fig. 23 è visualizzata la conformazione della mesostruttura del foglio, in fig. 24 invece sono riportate le mappe che globalmente definiscono l'*appearance* del disegno.

#### Il disegno visto digitalmente

In questo paragrafo sono riassunti i principali caratteri del disegno che emergono da una analisi visiva attraverso *ISLe*. Le osservazioni risalgono all'ottobre-novembre 2018, appena terminato il lavoro, e quindi presentano una doppia tipologia di limiti: quelli degli inesperti di storia dell'arte e, principalmente, di Leonardo (incapacità di contestualizzare l'osservazione), e quelli dell'assenza di confronto con gli altri contributi in questo catalogo (incapacità di attualizzare l'osservazione).

Infine, sarà fatta un'altra operazione che probabilmente apparirà assai improbabile agli esperti, un raffronto tra carta, inchiostro e tecniche grafiche del disegno del 1473 con quelle dello *Studio di proporzioni del corpo umano* da noi già digitalizzato nel 2014<sup>116</sup>. Anche in questo caso si sfrutteranno le osservazioni visive che coincidono per

larga parte con quelle del saggio di Loretta Salvador che aveva restaurato pochi anni prima il disegno<sup>117</sup>.

Riferimento fondamentale è stato il bellissimo saggio di Alessandro Nova «*Adj 5 daghossto 1473*»: *l'oggetto e le sue interpretazioni*<sup>118</sup> che riporta la più recente analisi materiale dell'opera.

Le nostre osservazioni riguarderanno cinque temi: la carta, gli inchiostri, il tratto, l'*underdrawing*, i sedimenti del tempo.

#### La carta

La carta presenta vergelle collocate a spazi regolari, orizzontalmente alla lettura dell'immagine, ben distinguibili sul *recto* e quasi indistinguibili sul *verso*. In uno spazio di 10 mm sono state rilevate mediamente 13 vergelle, per cui le vergelle che costituiscono la carta hanno una dimensione di circa 800 µm.

Il fatto che non siano visibili le vergelle sul *verso* indica come quella sia stata la parte della carta più trattata completamente in linea con le indicazioni di Cennino Cennini<sup>119</sup>, contrariamente a quanto avviene nell'*Uomo Vitruviano* che mostra le vergelle sul *verso*, mentre non sono percepibili sul *recto*.

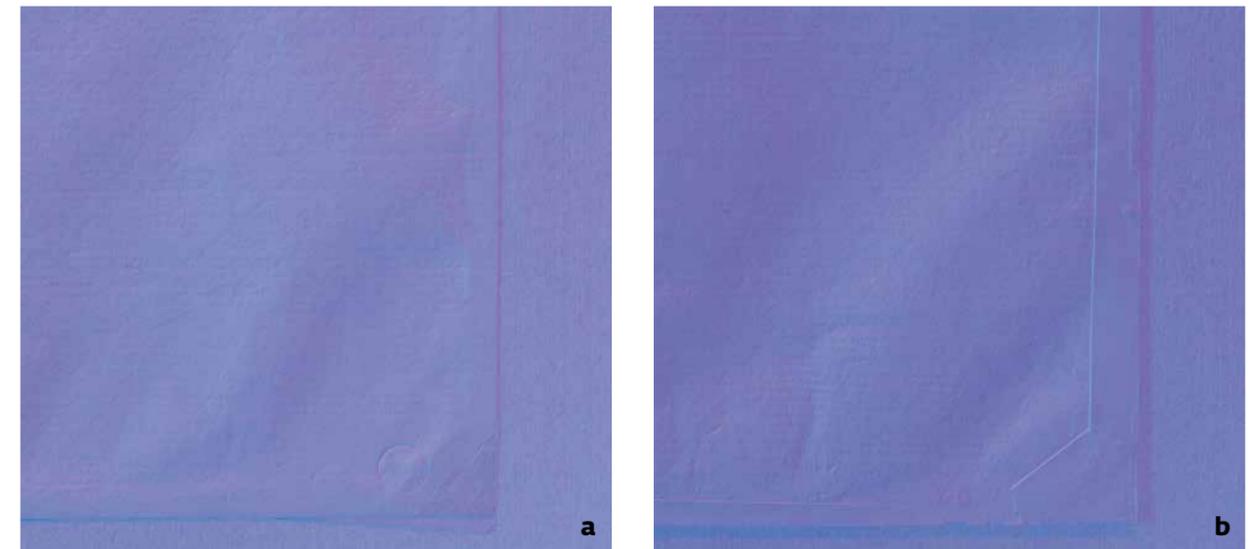


Fig. 20. Dettaglio delle mappe normali del disegno: a. *recto*, b. *verso*.

L'osservazione a luce radente virtuale del *Paesaggio* evidenzia la superficie della carta sottolineando i grumi presenti nell'impasto fibroso, mentre non appaiono né fori né segni di stilo marcati. La superficie del *verso* è particolarmente liscia, luminosa quasi patinata, viceversa il *recto* risulta essere più opaco, ruvido e con piccole imperfezioni superficiali accentuate soprattutto nella parte bassa del foglio. Quest'ultima osservazione conferma un maggiore trattamento della carta sul *verso*, circostanza che trova riscontro anche nell'analisi colorimetrica realizzata nel sistema CIE Lab. I due disegni presentano infatti sul *recto* *lightness* differenti, con un valore di  $L=82$  per il *Paesaggio*, e un valore di  $L=87$  per l'*Uomo vitruviano*.

Cromaticamente, invece, le due carte risultano essere del tutto simili. Prese tre aree di  $250 \times 150$  pixel in differenti parti del disegno sia per il *recto* sia per il *verso*, normalizzata la *lightness* e sottoposte le aree a sfocatura usando un filtro bilaterale<sup>120</sup> i valori ritrovati relativa-

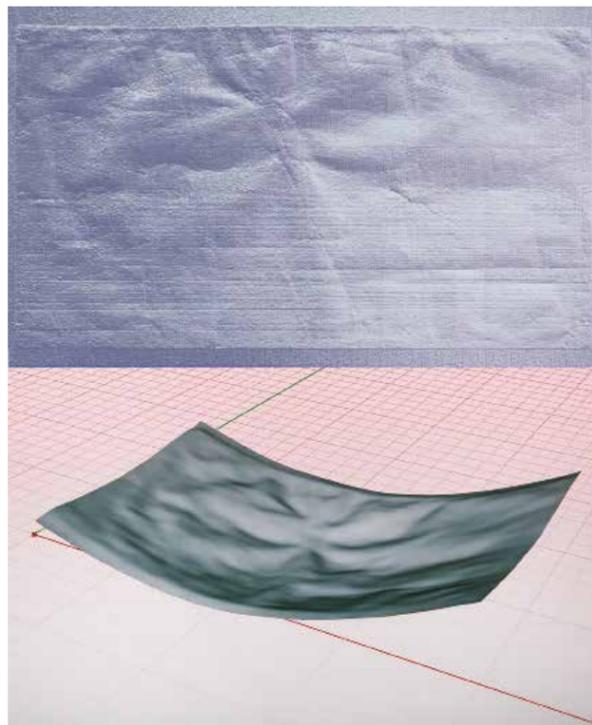


Fig. 21. In alto: mappa delle normali ottenuta senza l'attenuazione del decadimento luminoso sulla superficie riprodotta. In basso: il modello della *mesh* a cui è stata applicata una deformazione lungo l'asse verticale coerentemente con la mappa delle normali. La scala delle unità di misura lungo l'asse verticale è stata ampliata per rendere più visibile la deformazione.

mente al *recto* sono stati per il *Paesaggio* Lab = 87, 4, 11, per l'*Uomo vitruviano* Lab = 87, 4, 13. Per il *verso* invece i valori medi per entrambi i disegni sono Lab = 87, 4, 15.

#### GLI INCHIOSTRI

Alessandro Nova annota che «... negli ultimi tempi solo Hugo Chapman sembra essersi accorto che Leonardo utilizzò un inchiostro di due tonalità diverse per riprendere e accentuare in un secondo momento, impossibile dire quando, alcune parti della composizione. Il solo tra i moderni tuttavia, poiché se ne era già resa conto Anny Popp nel 1928 in quella che è forse la scheda tecnica più accurata del *recto*, precedente i piccoli traumi subiti in seguito dal foglio»<sup>121</sup>.

Questa presenza di due inchiostri è facilmente rilevabile ad occhio nudo. Più interessante è l'analisi colorimetrica che assegna ai due inchiostri in modo netto due ben distinti *layer* del disegno. Il primo, quello dell'impianto

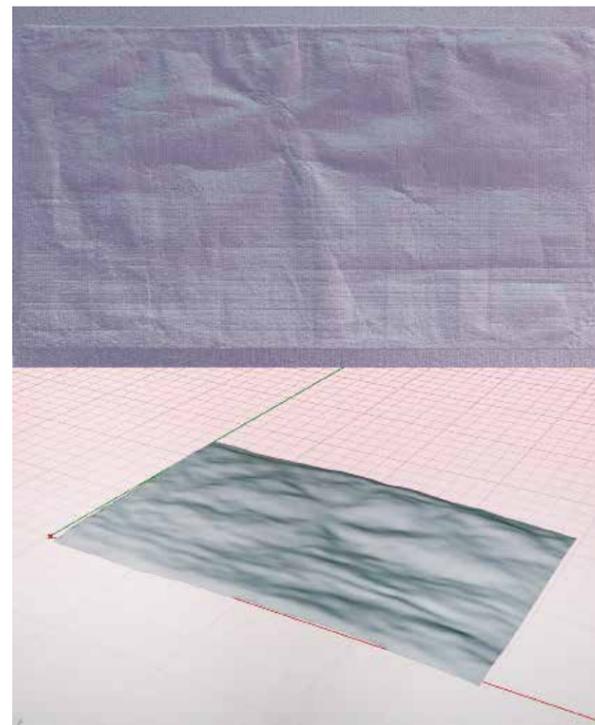


Fig. 22. In alto: mappa delle normali ottenuta dopo l'attenuazione del decadimento luminoso sulla superficie riprodotta. In basso: il modello della *mesh* a cui è stata applicata una deformazione lungo l'asse verticale coerentemente con la mappa delle normali.

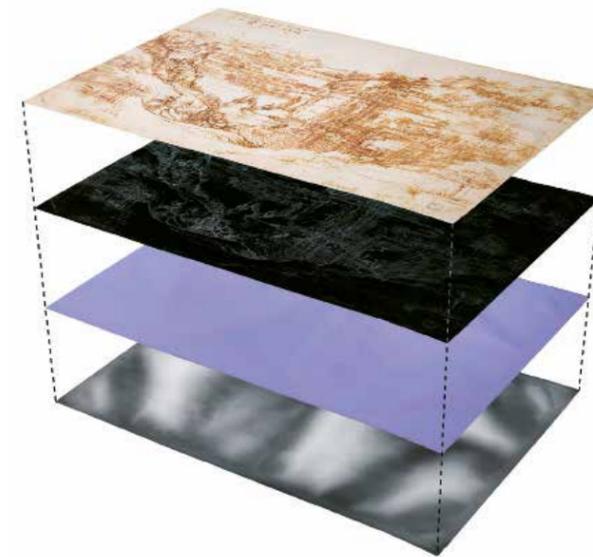


Fig. 23. Restituzione della mappa delle altezze del foglio su cui è disegnato il *Paesaggio*.

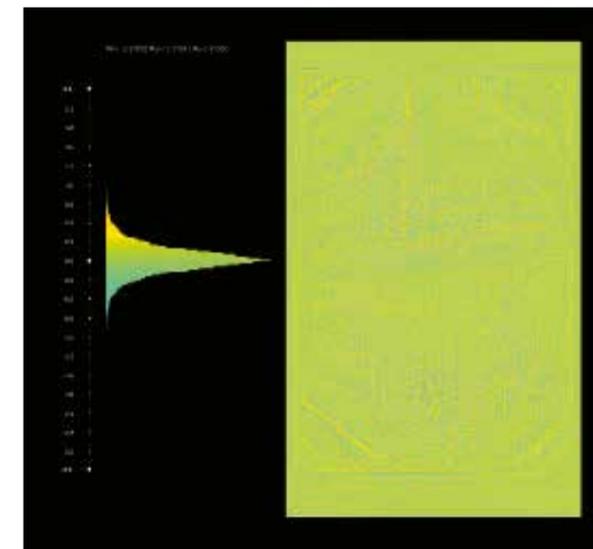


Fig. 24. Mappe di ricostruzione della mesostruttura e della microstruttura della superficie: albedo, normali, profondità, mappa speculare.

generale della composizione, con quello che è stato interpretato come il padule del Fucecchio, la collina sulla destra, le montagne di sfondo, gli alberi, definiti da Marzia Faietti «rappresentazione analogica della natura»<sup>122</sup>, e l'impianto della collina sulla sinistra. Il secondo invece è utilizzato in un livello a cui appartengono lo sperone sopra la quadrettatura delle rocce, la cascata, una serie di ritocchi nella parte bassa, la confluenza tra i due fiumi, e quello che è stato da taluni autori riconosciuto come il castello di Montevettolini<sup>123</sup>.

La differenziazione risponde a due codificati comportamenti dell'inchiostro ferro-gallico usato da Leonardo. La sua composizione di galle di quercia o altri prodotti comunque ricchi di tannino con il solfato di ferro nel tempo, ossidandosi rapidamente, modifica l'originario grigio-violaceo in tonalità assai variabili del marrone: da un colore bruno molto scuro a tonalità più chiare, tendenti al ruggine fino all'arancio chiaro. Quando è presente un eccesso di solfato di ferro, l'inchiostro nero originale si trasforma in un colore bruno-ruggine scuro. Quando è presente un eccesso di tannino, l'inchiostro assume un colore rosso-marrone. Un inchiostro equilibrato finirà per trasformare un marrone arrugginito<sup>124</sup>. I due inchiostri corrispondono a un comportamento equilibrato (quello del *layer* di sfondo) e a un eccesso di solfato di ferro.

In tab. 8 sono riportati i valori nella scala Lab relativi ai campioni estratti, e in fig. 25 sono riportati dettagli estratti dall'applicazione che mostrano bene la realizzazione con due inchiostri/strumenti diversi.

La fig. 26 suddivide i tratti del disegno nelle due grandi famiglie individuate utilizzando l'algoritmo di segmentazione automatica basata sul colore tramite K-Means Clustering<sup>125</sup>.

L'analisi colorimetrica mostra poi come anche il *verso* del disegno sia realizzato con due inchiostri diversi, nel viraggio odierno differenti anche da quelli presenti sul *recto*. Un inchiostro è utilizzato per disegnare l'uomo nudo in movimento, la testa di profilo alla sua sinistra e la scritta «Jo Morando dant[oni]o sono chontento»<sup>126</sup>. Il secondo è utilizzato per schizzare il paesaggio montuoso con il ponte su un corso d'acqua e le chiome degli alberi.

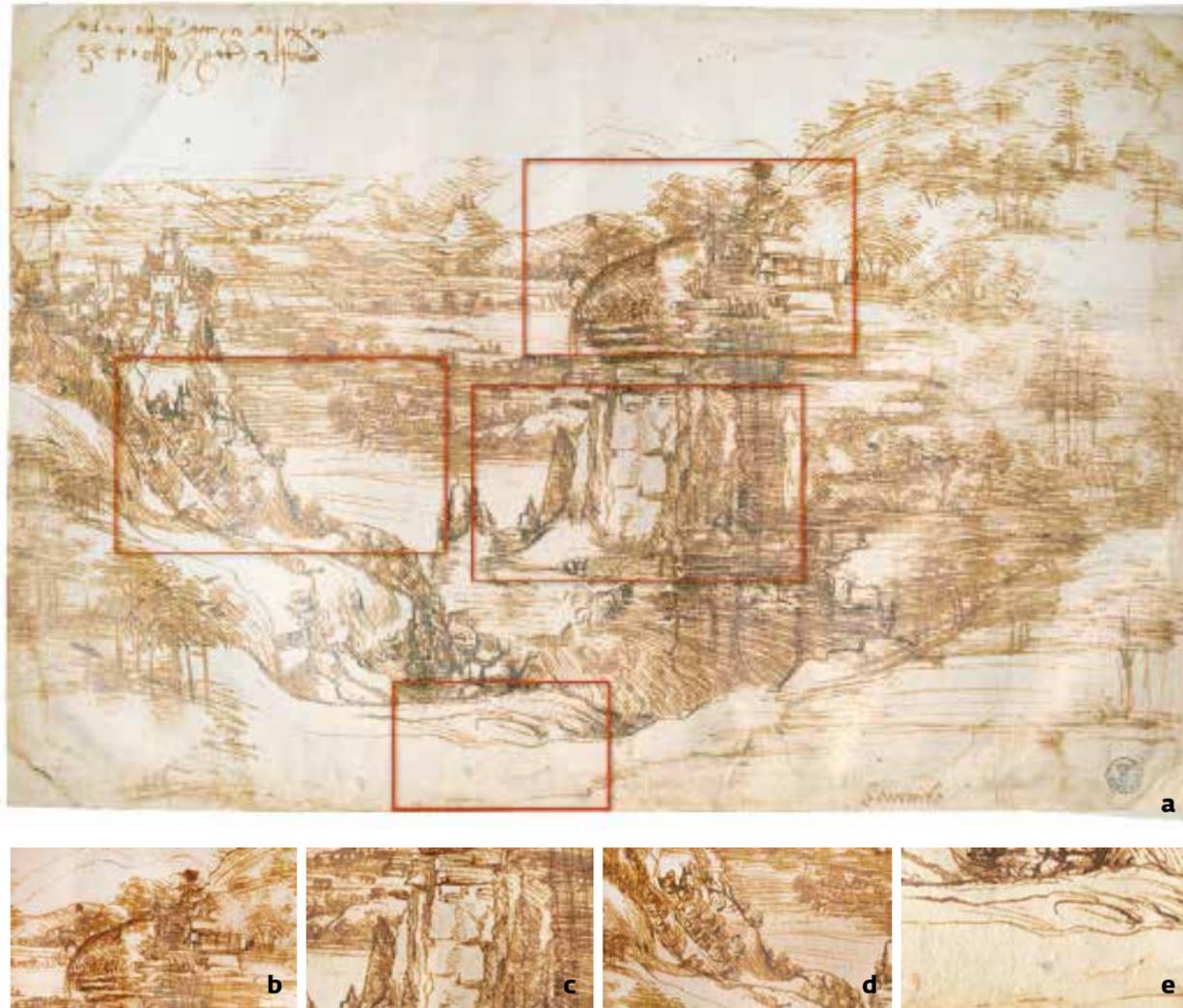


Fig. 25. Leonardo da Vinci, *Paesaggio*, 1473, Firenze, Gallerie degli Uffizi, Gabinetto dei Disegni e delle Stampe, inv. 8 P, differenti inchiostri/strumenti sul recto del disegno: a. ubicazione dei dettagli b., c., d., e., visualizzati in 3D.



Fig. 26. Individuazione delle due grandi famiglie di colore omogeneo dell'inchiostro tramite l'algoritmo di segmentazione K-Means Clustering.



Fig. 27 a, b. Leonardo da Vinci, *Paesaggio*, 1473, Firenze, Gallerie degli Uffizi, Gabinetto dei Disegni e delle Stampe, inv. 8 P, in verde evidenziate aree con tratti da destra verso sinistra e dal basso verso l'alto.

In tab. 9 sono riportati i valori nella scala Lab relativi ai campioni estratti, localizzati nella figura contenuta nella stessa tabella.

Si noti come i valori degli inchiostri usati sul *recto* non trovino riscontro nei valori degli inchiostri usati sul *verso*. Confrontata con l'*Uomo Vitruviano*, in cui le due differenti colorazioni tra scritta e disegno sono percepibili solo da un occhio esperto, la variazione di cromaticità degli inchiostri è molto più ampia.

#### IL TRATTO

Lo strumento di stesura dell'inchiostro è solitamente la penna. Per essa Cennini<sup>127</sup> dà precisi suggerimenti su modo d'uso e preparazione, pienamente congruenti con quanto appare nel *Paesaggio*. Quindi lo strumento usato per l'inchiostro è, anche in questo caso, la penna. Nel *recto* dell'8 P possiamo notare l'utilizzo di due differenti tipi di penne: una usata per quello che sopra è stato chiamato *layer* di sfondo, che ha lasciato un tratto variabile, con segno più largo e una maggiore quantità d'inchiostro dove maggiore è la pressione della mano; l'altra, usata per delineare il livello con l'inchiostro più scuro, che ha lasciato un tratto pulito, più spesso e uniforme. Metrologicamente il tratto usato per il *layer* di sfondo presenta una larghezza di 0,7-1,5 mm (e solitamente 1,2 mm), il tratto per il *layer* più scuro una larghezza di 1,2-2 mm (e solitamente 1,7 mm).

Il *verso* invece presenta un segno pressoché costante di 0,3-0,4 mm (con poche aree di spessore 0,7 mm) per

il paesaggio, mentre figura e scritta hanno uno spessore più consistente, con uno spessore solitamente regolare su ogni tratto e una varianza da 0,2 a 0,7 e un valore medio prossimo a quest'ultimo valore.

Si tratta di un impianto globalmente assai differente da quello del disegno conservato a Venezia in cui i tratti a mano libera hanno una larghezza pressoché costante di 0,3 mm e quelli tirati sul solco a riga di 0,2 mm, così come quel disegno è senza sbavature, «perfetto per un disegno tecnico che doveva "dimostrare" delle proporzioni»<sup>128</sup>.

Una serie di altre notazioni è possibile relativamente al modo di portare il tratto. Carmen Bambach nel suo bellissimo saggio *Leonardo, left-handed draftsman and writer* ben identifica i caratteri del disegnatore mancino, in particolare descrive accuratamente gli elementi che caratterizzano il tracciamento (da destra a sinistra) e il tratteggio (da destra in basso a sinistra in alto se dal basso) diversi da quelli di un disegnatore "destro". Indica anche un altro tipico carattere che permette di capire il verso del tracciamento di una linea: «One can often determine where the artist began his hatching strokes by finding the tips of the lines of hatching that show a greater pressure of the hand wielding the pen or the chalk. Especially in drawings done with pen and ink or with a sharp red chalk stick, this tip at the beginning of a line sometimes appears to be marked by a slightly indented point from which the stroke departs, after which it curves slightly upward, at times also creating a very slight angular hook at the end. The initial pressure of the pen sometimes slightly in-



Fig. 28. Leonardo da Vinci, *Paesaggio*, 5 agosto 1473, Firenze, Gallerie degli Uffizi, Gabinetto dei Disegni e delle Stampe, inv. 8 P, tracce di pietra nera (?).



Fig. 29. Leonardo da Vinci, *Paesaggio*, 1473, Firenze, Gallerie degli Uffizi, Gabinetto dei Disegni e delle Stampe, inv. 8 P, particolare del verso, figure geometriche disegnate a pietra nera (?).



Fig. 30. Leonardo da Vinci, *Paesaggio*, 1473, Firenze, Gallerie degli Uffizi, Gabinetto dei Disegni e delle Stampe, inv. 8 P, particolare del verso, disegno di un busto con l'avambraccio inclinato e la vista del costato sotto l'ascella a pietra nera (?).



Fig. 31. Leonardo da Vinci, *Paesaggio*, 1473, Firenze, Gallerie degli Uffizi, Gabinetto dei Disegni e delle Stampe, inv. 8 P, particolare del verso, figura femminile e testa che pare essere di un fanciullo.

dents the paper, because of the pressure of the hand, and the line, at the beginning, usually seems thicker because of the greater accumulation of ink. As the artist's hand continues to move rapidly across the paper, decreasing pressure causes the line to become thinner, tapering out at the end of a stroke, as the pen or chalk is lifted from the paper, or creating a very loopy, thin terminus»<sup>129</sup>.

Se applichiamo le notazioni della Bambach all'8 P è possibile ritrovare il carattere del mancino sia sui due inchiodi del fronte, sia sui due inchiodi del retro. Nelle figg. 27 a, b sono esemplificativamente indicate aree con tratti dal basso verso l'alto e da destra a sinistra evidenziate in verde. Si rileva, tuttavia, come nel caso della figura del guerriero, mentre è evidente il tracciamento delle linee dal basso verso l'alto non lo è analogamente quello delle linee da destra a sinistra. Più visibili sono nella testa di profilo, ma anche in questo caso il giudizio non è definitivo.

#### PIETRE E PUNTE METALLICHE

La parte più interessante del disegno, osservata con *ISLe*, è certamente quella realizzata con quella che la maggior parte degli studiosi definisce pietra nera.

Innanzitutto, è possibile rilevare come il disegno non riveli sulle due facce solchi evidenti o fori e questo, secondo noi, potrebbe indicare che non ci troviamo di fronte a uno stiletto che lascia sulla carta un solco più o meno evidente in base alla grossezza della punta o della forza esercitata dalla mano senza alcuna traccia di colorazione, né che è stato usato in qualche parte il compasso, o vi sono stati ricalchi evidenti come nell'*Uomo Vitruviano* o prese misure.

Partiamo poi dal *recto*, riprendendo Nova che cita il saggio di Anny Popp: «... se dobbiamo dare credito alle sue parole, il disegno a penna sarebbe stato schizzato su una preparazione a matita di cui si potevano ancora cogliere le tracce [...] Per orientare nello spazio la propria composizione, Leonardo si sarebbe allora servito di qualche segno grafico di cui oggi si sarebbe persa ogni traccia»<sup>130</sup>.

L'analisi con *ISLe* mostra come queste tracce esistano ancora, in particolare si possono notare in quello che abbiamo chiamato Padule del Fucecchio subito a lato dello sperone, poi sullo sperone stesso in più zone; vi sono se-

gni a pietra nera sul castello, infine tracce sono presenti in basso sotto la cascata, tutte queste evidenziate da noi in azzurro in fig. 28.

L'analisi dell'*underdrawing* si rivela estremamente interessante per il *verso*. Nota Nova: «Sul *verso* – sopra un disegno preparatorio a pietra nera, in cui si intravedono anche degli studi di forme geometriche regolari – è schizzato a penna un paesaggio montuoso che mostra, al centro, un ponte su un corso d'acqua. [...] Infine, è probabile che gli schizzi a pietra rossa naturale in alto a destra spettino a un'altra mano, benché coeva: si scorgono una mezza figura femminile e, a fatica, un frammento di testa».

Ci si soffermerà qui sul "disegno preparatorio" che rivela sorprese inattese.

In basso a sinistra è possibile riconoscere una figura a sei lobi, una seconda con una scacchiera regolare a 45° è in alto a sinistra. Una terza figura di circonferenze che si intersecano realizzata con lo stesso spessore (mediamente 0,4-0,5 mm) è posta nel foglio a metà altezza spostata sulla destra nel cuore della montagna (fig. 29).

Ascrivibile alla stessa punta e allo stesso autore è il disegno ubicato all'estrema sinistra tra le due figure geometriche. Esso mostra un busto con l'avambraccio inclinato e la vista del costato sotto l'ascella. Le tracce restanti non permettono, almeno agli scriventi, di individuare se di uomo o donna (fig. 30).



Fig. 32. Leonardo da Vinci, *Paesaggio*, 1473, Firenze, Gallerie degli Uffizi, Gabinetto dei Disegni e delle Stampe, inv. 8 P, particolare del verso, figura, attendibilmente una faccia, disegnata a pietra rossa sopra la scritta «Jo Morando».

Altre figure sembrano appartenere a un differente strumento, assai più fine, dallo spessore quantificabile in 0,2-0,3 mm. Se ne vedono tracce al di sotto dell'uomo che corre (una serie di curve che si chiudono in una forma plurilobata) e nella parte in alto a sinistra (righe verticali, orizzontali e inclinate a 45° nelle due direzioni).

I restanti segni, realizzati con un terzo strumento, sembrano relativi a segni preparatori al paesaggio a penna di cui ricalca le linee, anzi probabilmente le precede. Siamo in questo caso in presenza di uno strumento più grosso e spandente, capace di un segno di almeno 1,5 mm, ma anche maggiore, probabilmente di un materiale differente.

Globalmente, la presenza di una carta particolarmente lucida probabilmente preparata fa pensare più che a una pietra nera a stili di piombo che, proprio per le loro caratteristiche di poter essere cancellati con semplice mollica di pane senza sporcare il foglio, sono stati lungamente usati per delineare il primo abbozzo di un disegno e a stili d'argento che lasciano un tratto sempre grigio ma più rigido, sottile, pulito<sup>131</sup>.

Di contro il colore e gli effetti visivi prodotti dai vari tipi di gessi dipendono dal loro tipo. Il segno del gesso nero naturale varia dal nero al grigio freddo e può mutare notevolmente in intensità e spessore. I tratti fatti con i gessi naturali sono granulosi e irregolari e rimangono sulla superficie della carta<sup>132</sup>. Solo la grafica corrispon-

dente al paesaggio può avere queste caratteristiche, mentre non lo hanno certamente i disegni regolari a spessore più limitato. È comunque difficile identificare con esattezza il metallo utilizzato per lo stiletto senza analisi specifiche che, peraltro, richiedono competenze non proprie degli scriventi.

Infine, per quel riguarda le figure a pietra rossa naturale in alto a destra, rimane valida la descrizione di Nova. Della figura femminile si vede il petto e cintura, mentre la testa pare essere quella di un fanciullo posto a fianco della donna (fig. 31). Un'altra figura, attendibilmente una faccia, è posta sopra la scritta «Jo Morando», oggi parzialmente coperta dalla striscetta che delimita il disegno (fig. 32). Altri segni di pietra rossa sono chiaramente visibili sulla sinistra, sotto alla gamba alzata e nella zona del pube dell'uomo che corre in corrispondenza delle guglie. Essendo gruppi di linee inclinate e parallele sembrano essere di verifica del segno dello strumento prima del suo uso, una tipica routine degli artisti dell'epoca.

#### (FORSE) SEDIMENTI DEL TEMPO

Il disegno presenta anche vari segni non ascrivibili al periodo in cui fu redatto, ma, attendibilmente, alla sua successiva conservazione e collezione. Nova rileva in basso a sinistra «il residuo di un marchio di collezione», poi sostituito dal timbro degli Uffizi in basso a destra. Questo è

stato messo due volte. Sempre sul bordo del *recto* in alto a destra appare un "8" a matita, mentre una ulteriore macchina appare nel centro del disegno in basso, alla destra del vecchio timbro. Di appartenenza non chiaribile sono un segno a inchiostro nell'angolo in basso a sinistra e soprattutto un segno a penna sopra la scritta «s[an]ta» che sembra appartenere a un pezzo di scrittura. Anche il *verso* è ricco di segni del collezionismo sui bordi: «Leonardo da Vinci 8» in alto a destra, «8 P» a sinistra, mentre le striscette di carta sembrano coprire tratti a pietra rossa. Infine, nella parte bassa a sinistra vi è una scritta a matita.

#### CONCLUSIONI

Concludendo si può affermare come anche per il *Paesaggio*, analogamente a quanto avvenuto per l'*Uomo Vitruviano*, l'osservazione del disegno servendosi di *ISLe* permetta di focalizzare aspetti altrimenti difficili da osservare (figg. 33-35).

Nel caso del disegno conservato a Venezia questi avevano riguardato essenzialmente la straordinaria tecnica di Leonardo sostenuta da un segno a penna costante su tutto l'elaborato grafico, reso "perfetto" da una preparazione con una serie di solchi realizzati con lo stilo; la presenza poi di altri solchi in tutto il disegno frutto probabilmente di opere di copiatura, forse di Giuseppe Bossi; e infine la verifica, da parte di Paola

Salvi, della posizione del centro del cerchio in cui è iscritta la figura umana<sup>133</sup>.

Nel *Paesaggio* invece emerge, completamente in linea con quanto affermato da Nova, l'idea di un sistema grafico complesso, certamente prodotto in più fasi, una sorta di *work-in-progress* che ha generato varie figurazioni, di cui quella che oggi appare sul *recto* è il risultato più eclatante per il carattere di completezza nonostante sia frutto certamente di almeno due strumenti diversi che realizzano intere aree del disegno omogenee. Questo carattere "in divenire" è confermato anche dall'uso di innumerevoli strumenti (ne sono evidenti anche agli scriventi, che pure non possono qualificarsi come esperti, almeno sette), ma soprattutto dal *verso* del disegno, da cui abbiamo visto apparire, a mano a mano che procedeva l'osservazione su *ISLe*, figure geometriche e umane, semplici tratti che indicavano il passaggio da quel foglio di qualche mano sapiente, scritte sedimentate nel tempo, segni forse percepibili anche direttamente, ma difficilmente qualificabili, un mondo che siamo sicuri troverà da parte degli studiosi che potranno rivedere l'opera spiegazioni assai migliori rispetto a quelle, approssimative, qui fornite da noi che nemmeno possiamo pensare di definirci, come soleva fare Carlo Pedretti, uno dei maggiori estimatori del sistema di riproduzione qui illustrato, «servi dei servi di Leonardo».



Fig. 33. ISLe - *Paesaggio*: dettaglio del *recto* sugli alberi.



Fig. 34. ISLe - *Paesaggio*: dettaglio del *recto* sul castello di Montevettolini.



Fig. 35. *Paesaggio*: dettaglio del *recto* con la scritta *Leonardo* e il timbro apposto due volte.

**Tab. 1** – MTF verticale. Comparazione tra i valori di acquisizione nelle due acquisizioni: *Uomo vitruviano*, Accademia, 2014; *Paesaggio*, Uffizi, 2018 per l'area di campionamento L3-H.

Valori di acquisizione di base		
	Venezia	Firenze
MTF <sub>50</sub>	0,099 Cy/Px	0,1425 Cy/Px
LW/PH	1600	2280
MTF <sub>10</sub>	0,26 Cy/Px	0,415 Cy/Pxl
MTF at Nyquist	0,00602	0,0545
10-90% rise	5,37 Px = 1490 per PH	4,34 px = 1845 per PH
Risoluzione effettiva	335 Px/inch	483 Px/inch

Valori di acquisizione con applicazione Unsharp Mask		
Venezia [Intensity: 200; Radius: 1; Threshold: 6,00; Edge Offset: 0,00] - Firenze [Intensity: 150; Radius: 1; Threshold: 4,00; Edge Offset: 0,00]		
	Venezia	Firenze
MTF <sub>50</sub>	0,1699 Cy/Px	0,1791 cy/Pxl
LW/PH	2718	2865
MTF <sub>10</sub>	0,373 Cy/Px	0,452 Cy/Px
MTF at Nyquist	0,137	0,067
10-90% rise	4,99 Px = 1604 per PH	4,76 Px = 1682 per PH
Risoluzione effettiva	575 Px/inch	683 Px/inch

**Tab. 2** – Comparazione tra i valori di acquisizione con applicazione di maschera di contrasto nelle due acquisizioni: *Uomo vitruviano*, Accademia, 2014; *Paesaggio*, Uffizi, 2018.

Venezia		L3-H	L4-V	T2-V2	T1-V1	L1-B	L2-A	Firenze		L3-H	L4-V	T2-V2	T1-V1	L1-B	L2-A
MTF <sub>50</sub>	Cy/Px	0,1699	0,161	0,1687	0,1282	0,1281	0,1766	MTF <sub>50</sub>	Cy/Px	0,1791	0,2371	0,233	0,187	0,177	0,1513
LW/PH		2718	2575	2699	2051	2050	2825	LW/PH		2865	3794	3728	2992	2827	2420
MTF <sub>10</sub>	Cy/Px	0,373	0,359	0,366	0,307	0,299	0,314	MTF <sub>10</sub>	Cy/Px	0,452	0,525	0,486	0,586	0,431	0,416
MTF at Nyquist		0,137	0,126	0,131	0,111	0,109	0,102	MTF at Nyquist	%	0,067	0,116	0,092	0,189	0,041	0,02
10-90% rise	px	4,99	5,51	5,14	5,72	5,70	5,31	10-90% rise	px	4,76	4,25	4,07	5	5,72	6,15
	per PH	1604	1452	1558	1399	1404	1506		per PH	1682	1882	1965	1601	1398	1472
Resolution	Px/inch	575	545	571	434	434	598	Resolution	Px/inch	683	904	888	713	674	577

**Tab. 3** – Esposizione alla luce e ai raggi UV per l'acquisizione nell'acquisizione de l'Uomo Vitruviano di Leonardo da Vinci a Venezia nel 2014 cumulata per *recto* e *verso*.

Lux	UV	Tempo di scansione (max)	Esposizione in lux/ora	Tempo equivalente esposizione a 50 lux
3000	50 W/lumens	20 minuti	600	12 ore

**Tab. 4** – Caratteristiche tecniche della Lampada Relio<sup>2</sup> con CCT - 4000K.

LED lamp predicted life	>50000h	At ambient temperatures up to 40°C
Optics type	TIR + Honeycomb pattern	
Optics aperture (nominal)	10°, 25°, 60°, 90°, 10x70°	Nominal aperture, not FWHM
Power consumption	5Wh	@ 100% brightness
Body-radiated heat	2W	@ 100% brightness; estimated, not including visible light energy emitted by the LED

Temperature, Operating	0°C ~ 60°C	Temperature gradient (non-condensing): 20°C/h
LED light ripple	<2% @ 750kHz	@ full range of brightness, using a high-quality power source
Flicker-free up to	10000 fps	
External, logic-level brightness control	PWM @ 20kHz	Incoming PWM is RC-integrated to a voltage curve
Brightness dimming curve	Proprietary	Inspired by CIE1931 scotopic curve
CCT	4047K	±50K tolerance, with 10° optic installed
CRI (Ra)	95	
CRI (Re)	92	
TLCI	96	
CQS	94	
TM-30-15 Rf	91	
TM-30-15 Rg	98	
CIE1931	x = 0.3793, y = 0.3788	
CIE1976	x = 0.2235, y = 0.5023	
IEC-SDCM	<1 SDCM	1-step MacAdam Ellipse
Illumination	39731 lux @ 0.25m	With 10° optic installed
PPFD (400-700nm)	625,44 μmol/m2s	With 10° optic installed

**Tab. 5** – Esposizione alla luce e ai raggi UV per l'acquisizione nell'acquisizione del *Paesaggio* di Leonardo da Vinci a Firenze nel 2018 cumulata per *recto* e *verso*.

Lux	UV	Tempo di scansione (max)	Esposizione in lux/ora	Tempo equivalente esposizione a 50 lux
3000	0 W/lumens	8 minuti	250	5 ore

**Tab. 6** – Limiti di errore nella riproduzione del colore indicati da FADGI e METAMORFOZE.

	FADGI 4-Star (ΔE° 2000)	METAMORFOZE-Strict (ΔE° 1976)
Errore massimo	6	10
Errore medio	3	4

**Tab. 7** – Tabella di valori ammissibili RGB per la descrizione del vettore normale in un punto della superficie.

Red: 0 to 255	X: -1 to +1
Green 0 to 255	Y: -1 to +1
Blue 128 to 255	Z: 0 to +1

**Tab. 8** – Leonardo da Vinci, paesaggio, analisi colorimetrica degli inchiostri a partire dalle immagini acquisite, *recto*.

	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5	Punto 6	Punto 7	Punto 8	Punto 9
L	55	54	54	47	45	44	41	42	47
a	12	12	16	12	12	13	13	11	10
b	26	24	26	16	14	14	16	13	14

**Tab. 9** – Leonardo da Vinci, paesaggio, analisi colorimetrica degli inchiostri a partire dalle immagini acquisite, *verso*.

	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5
L	36	36	37	44	44
a	5	9	7	12	10
b	8	10	12	17	15

- <sup>1</sup> Leonardo da Vinci 1468-1475, inv. 428 E.
- <sup>2</sup> Gaiani *et al.* 2011.
- <sup>3</sup> Leonardo da Vinci (n/d), cat. N. 228.
- <sup>4</sup> Alla mostra *Perfecto e Virtuale. L'Uomo Vitruviano di Leonardo* tenutasi a Fano dal 24 ottobre al 6 gennaio 2015.
- <sup>5</sup> Salvi 2016.
- <sup>6</sup> Leonardo da Vinci 1510-1511.
- <sup>7</sup> La tecnica della luce radente consiste nell'illuminare gli oggetti con una sorgente luminosa molto vicina alla superficie e disposta obliquamente rispetto ad essa.
- <sup>8</sup> Malzbender *et al.* 2001.
- <sup>9</sup> <http://culturalheritageimaging.org/Technologies/RTI/>
- <sup>10</sup> Woodham 1980.
- <sup>11</sup> Pitzalis, Pillay 2009.
- <sup>12</sup> <https://artsandculture.google.com/>
- <sup>13</sup> Chen *et al.* 2007.
- <sup>14</sup> Wilkie *et al.* 2009.
- <sup>15</sup> Greenberg 1999.
- <sup>16</sup> Nicodemus 1965; Dorsey *et al.* 2007.
- <sup>17</sup> Gardner *et al.* 2003.
- <sup>18</sup> Meseth *et al.* 2012.
- <sup>19</sup> Gaiani *et al.* 2015; Apollonio *et al.* 2015.
- <sup>20</sup> Leonardo da Vinci; Milano 2015, p. 525.
- <sup>21</sup> <https://www.rencay.com/en/rencay-products/products-rencay-direct-camera-systems/>
- <sup>22</sup> Il sensore è stato ribattezzato ON *semiconductor* che ne ha acquisito i diritti da Kodak (<https://www.onsemi.com/>)
- <sup>23</sup> Witwer, Berns 2015.
- <sup>24</sup> <https://www.xyzprinting.com/it-IT/product/da-vinci-pro>.
- <sup>25</sup> La risoluzione limite, detta anche distanza minima risolvibile, è la distanza minima di separazione tra due linee per cui le si possa osservare come distinte. La stima di questa distanza è espressa come una corrispondente frequenza spaziale interpretabile come un surrogato del valore derivabile da una valutazione visiva di quell'immagine.
- <sup>26</sup> La risoluzione di campionamento è quella implicita dal campionamento del file immagine. Se espressa in pixel, l'intervallo di campionamento è di un pixel, e nell'intervallo di misura è misurabile in ppi: pixel per inch.
- <sup>27</sup> Apollonio *et al.* 2015.
- <sup>28</sup> Jacobson 1995.
- <sup>29</sup> ISO 12233:2017.
- <sup>30</sup> Williams 1998; Burns 2000.
- <sup>31</sup> Thomson 1994; Cuttle 2007.
- <sup>32</sup> Cuttle 1996; Cuttle 1988; Hoon, Hong-Bum 2000; Schaeffer 2001; CIE 2004.
- <sup>33</sup> Weintraub 2010; CIE 1991.
- <sup>34</sup> Il lux è una misura dell'illuminamento cioè di quella grandezza che descrive la quantità di flusso che arriva su un metro quadro di area, ed è utilizzato per descrivere quanta luce arriva su una superficie.
- <sup>35</sup> CIE 2004.
- <sup>36</sup> Michalski 1996.
- <sup>37</sup> Saunders, Kirby 1996.
- <sup>38</sup> La resa cromatica è la capacità di una sorgente di luce bianca di rappresentare fedelmente i colori degli oggetti e delle superfici con essa illuminati.
- <sup>39</sup> Scuello *et al.* 2004a; Scuello *et al.* 2004b.
- <sup>40</sup> Hydragryum Medium Arc-length Iodide. Sono lampade a scarica assolutamente stabili con una temperatura di colore di 5.500 °K, uguale a quella diurna. Scaldano in modo limitato e hanno un rendimento luminoso altissimo; di conseguenza abbattano notevolmente i consumi energetici.
- <sup>41</sup> Si definisce *indice di resa cromatica (CRI Colour Rendering Index)* la misura di una sorgente luminosa di rendere i colori e corrisponde allo standard CIE introdotto nel 1965 e aggiornato negli anni successivi per la classificazione delle sorgenti luminose, l'indice di resa generale del colore *Ra*. (assoluto) CIE 13.3:1995.
- <sup>42</sup> Forcolini 2011.
- <sup>43</sup> Scuello *et al.* 2004b; Piccablotto *et al.* 2015; Salata *et al.* 2015.
- <sup>44</sup> Boissard, Fontoynt 2009.
- <sup>45</sup> Ishii *et al.* 2008.
- <sup>46</sup> Piccablotto *et al.* 2015.
- <sup>47</sup> Berns 2011.
- <sup>48</sup> Gu *et al.* 2013.
- <sup>49</sup> Lyon, Hubel 2002.
- <sup>50</sup> Hong *et al.* 2001.
- <sup>51</sup> CIE XYZ è uno spazio colore definito dalla CIE nel 1931. In questo modello, Y è la luminosità, Z è quasi identico alla stimolazione blu e X è un misto simile alla sensibilità rossa della curva dei coni CIE 1931.
- <sup>52</sup> RGB è uno spazio colore le cui specifiche sono state descritte nel 1931 dalla CIE. In questo modello i colori sono definiti come somma dei tre colori Rosso (Red), Verde (Green) e Blu (Blue) CIE 1931.
- <sup>53</sup> Reinhard *et al.* 2008.
- <sup>54</sup> Viggiano 2004.
- <sup>55</sup> Borrino *et al.* 2017.
- <sup>56</sup> Gaiani, Ballabeni 2018.
- <sup>57</sup> McCamy *et al.* 1976.
- <sup>58</sup> Cheung *et al.* 2004.
- <sup>59</sup> Gaiani *et al.* 2017.
- <sup>60</sup> RAGS, <http://www.rags-int-inc.com/PhotoTechStuff/ColorCalibration>
- <sup>61</sup> Gaiani, Ballabeni 2018.
- <sup>62</sup> Süsstrunk *et al.* 1999.
- <sup>63</sup> Stokes *et al.* 1996.
- <sup>64</sup> Lukac, Plataniotis 2007.
- <sup>65</sup> Delta-E ( $\Delta E$ ) è un numero singolo che rappresenta la “distanza” tra due colori. L'idea è che un  $\Delta E$  di 1.0 è la più piccola differenza di colore che l'occhio umano possa vedere.
- <sup>66</sup> Sharma *et al.* 2005.
- <sup>67</sup> CIE 2001; Luo *et al.* 2001; ISO/CIE 11664-6:2014.
- <sup>68</sup> CIE 1993.
- <sup>69</sup> Luo *et al.* 2001.
- <sup>70</sup> Melgosa *et al.* 2017.
- <sup>71</sup> Oleari *et al.* 2011; Melgosa *et al.* 2013.
- <sup>72</sup> Huang *et al.* 2015a.
- <sup>73</sup> Berns 2016.
- <sup>74</sup> Melgosa *et al.* 2017.
- <sup>75</sup> <http://www.digitizationguidelines.gov/guidelines/digitize-technical.html>
- <sup>76</sup> <https://www.metamorfoze.nl/english/digitization>
- <sup>77</sup> Berns *et al.* 2005b; Kurečić *et al.* 2005; Berns *et al.* 2005a; Williams, Burns 2010.
- <sup>78</sup> Williams, Burns 2012.
- <sup>79</sup> <https://www.nec-display-solutions.com/p/uk/en/support/productsupport/rp/Reference2690.xhtml>; <https://www.nec-display-solutions.com/p/it/it/support/productsupport/t/Desktop-Displays/Colour-Accurate-Desktop-Displays/rp/Reference302.xhtml>
- <sup>80</sup> Hao *et al.* 2011.
- <sup>81</sup> Kajiya 1986.
- <sup>82</sup> Dorsey *et al.* 2007; Weyrich *et al.* 2008; Guarnera *et al.* 2016.
- <sup>83</sup> Jensen *et al.* 2001.
- <sup>84</sup> Goesele *et al.* 2004.
- <sup>85</sup> Bartell *et al.* 1981.
- <sup>86</sup> Aittala *et al.* 2013; Ghosh *et al.* 2009; Tunwattanapong *et al.* 2013.
- <sup>87</sup> Torrance, Sparrow 1967; Hsia *et al.* 1976; Wang *et al.* 2008; Dong *et al.* 2010.
- <sup>88</sup> Marschner *et al.* 1999; Debevec *et al.* 2000; Matusik *et al.* 2003; Han, Perlin 2003; Ngan *et al.* 2005; Rump *et al.* 2008; Francken *et al.* 2008; Guarnera *et al.* 2012; Riviere *et al.* 2016.
- <sup>89</sup> Westin *et al.* 1992.
- <sup>90</sup> Gaiani *et al.* 2015.
- <sup>91</sup> Goral *et al.* 1984.
- <sup>92</sup> Papas *et al.* 2014.
- <sup>93</sup> Donner, Jensen 2005.
- <sup>94</sup> Hanrahan, Krueger 1993.
- <sup>95</sup> Walter *et al.* 2007.
- <sup>96</sup> Unity3D, <https://unity3d.com/>
- <sup>97</sup> Torrance, Sparrow 1967; Cook, Torrance 1981.
- <sup>98</sup> Burley 2012.
- <sup>99</sup> Walter *et al.* 2007.
- <sup>100</sup> Heitz 2014.
- <sup>101</sup> Schlick 1994.
- <sup>102</sup> Burley 2015.
- <sup>103</sup> Doppioslash 2018.
- <sup>104</sup> James 2010.
- <sup>105</sup> Horn 1990; Brooks, Horn 1985.
- <sup>106</sup> Horn 1975; Horn, Sjöberg 1979; Ikeuchi, Horn 1979; Woodham 1980.
- <sup>107</sup> Woodham 1978.
- <sup>108</sup> Horn 1975.
- <sup>109</sup> Cox, Berns 2015.
- <sup>110</sup> Berns *et al.* 2012.
- <sup>111</sup> Huang *et al.* 2015b.
- <sup>112</sup> Frankot, Chellappa 1988; Ando 2000.
- <sup>113</sup> Grasshopper (<https://www.grasshopper3d.com/>) è un linguaggio di programmazione visiva e un ambiente sviluppato da David Rutten che viene eseguito all'interno dell'applicazione CAD (Computer-aided design) Rhinoceros (<https://www.rhino3d.com/>). Grasshopper è principalmente utilizzato per creare algoritmi generativi per geometrie 3D. Kangaroo è un risolutore di fisica/vincoli interattivo e un plugin di Grasshopper per i progettisti (<http://kangaroo3d.com/>).
- <sup>114</sup> <https://docs.knaldtech.com>
- <sup>115</sup> Gonzalez-Aguilera *et al.* 2018.
- <sup>116</sup> Leonardo da Vinci (n/d), cat. N. 228.
- <sup>117</sup> Salvador 2009.
- <sup>118</sup> Nova 2015.
- <sup>119</sup> Cennini 2009, p. 12.
- <sup>120</sup> Paris *et al.* 2009.
- <sup>121</sup> Nova 2015, p. 286.
- <sup>122</sup> Faietti 2015; Faietti 2008.
- <sup>123</sup> La nomenclatura dei luoghi è come in: Nanni 1999.
- <sup>124</sup> James 2010.
- <sup>125</sup> Arthur, Vassilvitskii 2007.
- <sup>126</sup> Nova 2015, p. 287.
- <sup>127</sup> Cennini 2009, pp. 14-15.
- <sup>128</sup> Salvador 2009, p. 62.
- <sup>129</sup> Bambach 2003, p. 36.
- <sup>130</sup> Nova 2015, p. 286.
- <sup>131</sup> Salvador 2009, p. 62.
- <sup>132</sup> Mayhew *et al.* 2010.
- <sup>133</sup> Salvi 2016.