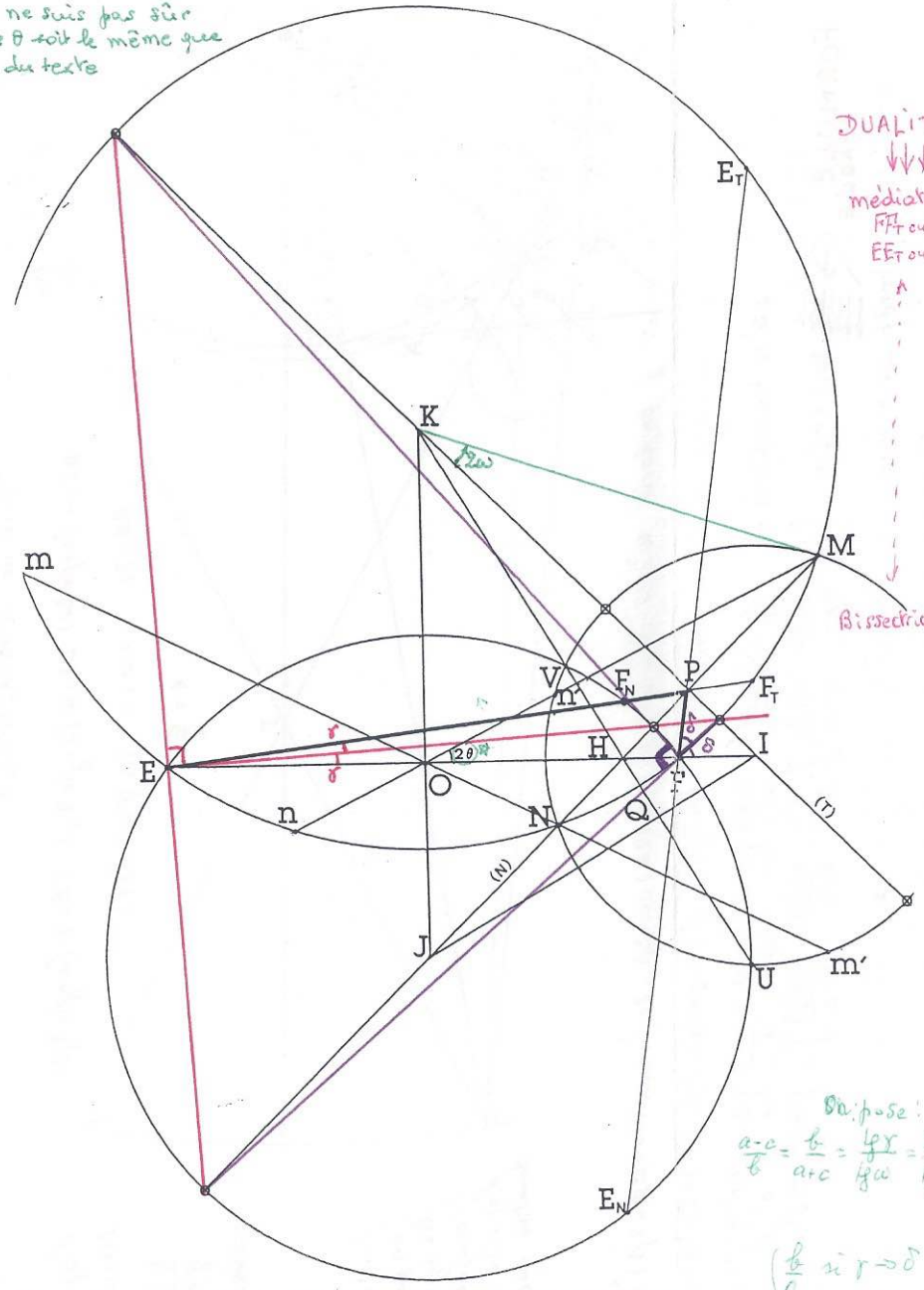
* je ne suis pas sûr que ce θ soit le même que celui du texte



Cette figure représente trois cercles orthogonaux, centrés en I J K, le quatrième (voir Quaternions) centré en H est imaginaire, H est l'orthocentre du triangle IJK.

DUALITÉ ↓↓↓

médiatrices FF_T ou FF_N EE_T ou EE_N

Elle réunit les deux constructions classiques des coniques de foyers E et F (EF = 2c)

(1) par cercles directeurs. Par exemple pour l'ellipse de foyers E, F, on considère les deux symétries par rapports aux axes JK, suivie de KI, qui donne une rotation d'angle double.

$E \to F \to F_T$ $F \to E \to E_T$ $m \to M \to N$ $n \to N \to M$ d'où cordes égales $EF_T = FE_T = mN = nM = 2a$

la tangente à l'ellipse, normale à l'hyperbole est KI, la normale à l'ellipse tangente à l'hyperbole est MN. M (ou N) → I c'est JOUKOVSKI ! $OM = a+b$ $ON = a-b$

(1 bis) Une homothétie de rapport 1/2 de centre M de mm' → bande de papier. !

" " de centre N de nn' → " " !

Bissectrices (2) par cercles inscrits dans le triangle EFP (mon exposé de Chamonix)

Les cercles des neuf (9) points d'EULER – FEUERBACH – HART (un anglais) du triangle IJK ou du tétragramme orthocentrique "des centres des cercles inscrits (traits rouges et violets plus MN et KI tangentes et normales) peuvent être utilisés. (figure très RICHE)

Algébriquement ellipse : $x^2 + \frac{y^2}{\sin^2\varphi} = \frac{e^2}{\cos^2\varphi}$ hyperbole : $\frac{x^2}{\cos^2\theta} - \frac{y^2}{\sin^2\theta} = e^2$

$x = c\frac{\cos\theta}{\cos\varphi}$ $y = c\sin\theta\operatorname{tg}\varphi$ rayons vecteurs $\vec{EP}$ $\vec{FP}$ $x = c\left(\frac{\cos\theta}{\cos\varphi} \pm 1\right)$ $y = c\sin\theta\operatorname{tg}\varphi$ $\rho = c\left(\frac{1}{\cos\varphi} \pm \cos\theta\right)$

$(\vec{EP}\ \vec{FP})$ vecteurs unitaires $\frac{1}{D}(\cos\theta \pm \cos\varphi)$ $\frac{1}{D}\sin\theta\sin\varphi$ $D = 1 \pm \cos\theta\cos\varphi$

ou encore (coniques !) $\frac{2c}{(T+\frac{1}{T})(\frac{1}{t}-t)} = \frac{x}{\frac{1}{t}+t} = \frac{y}{\frac{1}{T}-T}$ (dans le I^e cas cercles orthogonaux $= \frac{c}{\frac{T}{t}+\frac{t}{T}}$)

On pose : $\frac{a-c}{b} = \frac{b}{a+c} = \frac{1-\gamma}{1+\omega} = \frac{1+\omega}{1+\delta}$

$\left(\frac{b}{\rho_0}\ \text{si}\ \gamma \to \delta \quad c \to -c\right)$

Ou encore on tire (on se limite au cas ellipse, l'hyperbole donne des égalités très voisines)

$$\frac{b}{\rho_C} = \frac{(a-c)\cos^2\gamma}{b\cos^2\omega} = \frac{(a+c)\sin^2\gamma}{b\sin^2\omega} = \frac{a-e\cos 2\gamma}{b} = \frac{a\cos 2\gamma - c}{b\cos 2\omega} = \frac{\sin 2\gamma}{\sin 2\omega} = \frac{d\gamma}{d\omega}$$

$$\frac{\overbrace{b\cos^2\gamma}^{A}}{(a+c)\cos^2\omega} = \frac{\overbrace{b\sin^2\gamma}^{B}}{(a-c)\sin^2\omega} = \frac{b}{\underbrace{a+c}_{A+B}\cos 2\omega} = \frac{b}{\underbrace{a-c}_{A-B}\cos 2\omega + c}$$

$$\boxed{\frac{1}{\rho_C} = \frac{\cos^2\gamma}{a+c} + \frac{\sin^2\gamma}{a-c}}$$

$$\begin{cases} b^2 = (a + \frac{c}{\cos 2\omega})(a - \frac{c}{\cos 2\gamma}) \\ b^2 = (a + c\cos 2\omega)(a - c\cos 2\gamma) \end{cases}$$

Ceci n'est qu'un aperçu très résumé ! (faute de place, de temps et de rédaction ...)

Voir encore les projections sur les axes (EF, JK) des centres des cercles inscrits (non baptisés) etc... etc...

Coordonnées Bipolaires du Deuxième Type

Coniques Homofocales

En Géométrie Métrique l'Anomalie excentrique 2w ($x = a\cos 2\omega$ $y = b\sin 2\omega$) est l'angle IKM